

بنصفين بخط $\overline{بز}$ كما بيّن ببرهان $\overline{ط}$ من $\overline{ا}$ فخط $\overline{زه}$ اعظم من
خط $\overline{زا}$ لأن زاوية $\overline{ابج}$ كما بيّننا اعظم من زاوية $\overline{دبه}$ فمن اجل
ذلك وقعت نقطة $\overline{ز}$ بين نقطتي $\overline{اد}$ فمن اجل ذلك يكون خط $\overline{هز}$
اطول من خط $\overline{زا}$ فحسب ببرهان الشكل الذي وطى لهذا
الشكل يكون ضلع $\overline{به}$ اعظم من ضلع $\overline{اب}$ لكن ضلع $\overline{به}$ مثل
ضلع $\overline{اج}$ فضلع $\overline{اج}$ اعظم من ضلع $\overline{اب}$ وذلك ما اردنا ان نبين.

الشكل العشرون من المقالة الاولى

كل مثلث (ع) فان كلّ ضلعين من اضلاعه مجموعين كخط واحد
(ط) اعظم¹⁾ من الضلع²⁾ الثالث مثاله مثلث $\overline{ابج}$ فاقول ان مجموع
ضلعي $\overline{اب}$ $\overline{بج}$ كخط واحد اعظم من ضلع $\overline{اج}$ وان مجموع ضلع (ضلعى. scr.)
 $\overline{اب}$ $\overline{اج}$ كخط واحد اعظم من ضلع $\overline{بج}$ وان مجموع ضلعي $\overline{اج}$ $\overline{جب}$
كخط واحد اعظم من ضلع $\overline{اب}$ برهانه ان الاضلاع الثلاثة ان كانت
متساوية فظاهر ان ضلعين منها اذا جمعا كخط واحد اعظم من
الضلع الثالث وان كانت مختلفة فلننزل ان احدها اعظمها
ونبين ان الباقيين اذا جمعا كخط واحد كان اعظم منه وليكن
اعظمها ضلع $\overline{بج}$ ونخرج خط $\overline{اب}$ على الاستقامة الى نقطة $\overline{د}$ ونفرض
ان مثل $\overline{اج}$ ونخرج خط $\overline{جد}$ فلان مثلث $\overline{اجد}$ متساوى الساقين
ساق $\overline{اج}$ مثل ساق $\overline{اد}$ فبرهان $\overline{ه}$ من $\overline{ا}$ تكون زاوية $\overline{اجد}$ مثل
زاوية $\overline{ادج}$ فاذا زدنا عليها زاوية $\overline{اجب}$ تكون زاوية $\overline{بجد}$ باسرها
اعظم من زاوية $\overline{بجد}$ فمثلث $\overline{بجد}$ زاوية $\overline{بجد}$ [منه] اعظم

1) Atramento rubro supra scriptum اطول (longiora).

2) Atr. rub. additum est uerbum الضلع

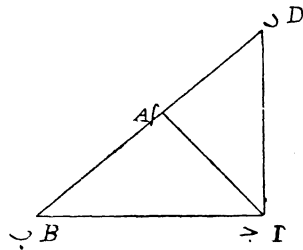
latus AG latere AB maius esse. Latus BG in puncto D in duas partes secemus, ita ut in I, 10 demonstrauius. Lineam AD ductam ad punctum E produciuis, et sit $DE=AD$. Deinde lineam BE ita ducimus, ut duo latera BD , DE aequalia sint lateribus GD , DA , et angulus DBE angulo AGD aequalis fiat. Itaque angulus ABG maior est angulo DBE . Iam angulum ABE linea BZ in duas partes secamus, ita ut in I, 9 demonstratum est. Linea ZE igitur linea ZA maior est, quia angulus ABG , ita ut demonstrauius, angulo DBE maior est. Unde manifestum est, punctum Z inter puncta A , D cadere et ea de causa lineam EZ longiorem esse linea ZA . Iam ex demonstratione propositioni huic praemissa latus BE latere AB maius est. Uerum latus BE lateri AG aequale est. Ergo latus AG latere AB maius est. Q. n. e. d.

Propositio uicesima libri primi.

In quouis triangulo duo latera coniuncta, ita ut una linea fiant, tertio latere maiora sunt.

Exemplificatio. Sit triangulus ABG . Dico, et summam duorum laterum AB , BG in directum coniunctorum maiorem esse latere AG , et summam duorum laterum AB , AG in directum coniunctorum maiorem latere BG , et summam duorum laterum AG , GB coniunctorum maiorem latere AB .

Demonstratio. Si tria latera inter se aequalia sunt, manifestum est, duo eorum in directum coniuncta latere tertio maiora esse. Sin autem inaequalia sunt, supponamus, unum eorum maximum esse, et demonstrauius, duo reliqua in directum coniuncta eo maiora esse. Sit maximum eorum latus BG . Lineam AB in directum produciuis ad punctum D et AD [rectae] AG aequalem sumimus et lineam GD ducimus. Quoniam triangulus AGD aequicurius est, et crus AG cruri AD aequale, ex I, 5 erit $\angle AGD = \angle ADG$. Si illi angulum AGB addiderimus, totus angulus BGD angulo BDG

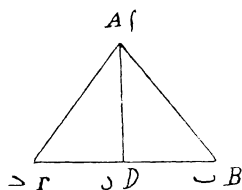


مِنْ زاوية $\overline{بَد ج}$ فببرهان يط مِنْ ا ضلع $\overline{ب د}$ اعظم مِنْ ضلع $\overline{ب ج}$ لكن ضلع $\overline{ب د}$ هو مساو لجموعِ ضلعي $\overline{ب ا}$ $\overline{ج د}$ فقد تبين ان كل مثلث فان ضلعين مِنْ اضلاعه مجموعين كخط واحد اعظم مِنْ الضلع الثالث وذلك ما اردنا ان نبين ع برهان¹⁾ اخر لهذا الشكل 12 u. فليكن مثلث $\overline{ا ب ج}$ فاقول ان مجموع ضلعي $\overline{ا ب}$ $\overline{ا ج}$ اعظم مِنْ ضلع $\overline{ب ج}$ على ان ضلع $\overline{ب ج}$ اعظم مِنْ كل واحد مِنْ ضلعي $\overline{ا ب}$ $\overline{ا ج}$ برهانه انا نقسم زاوية $\overline{ب ا ج}$ بنصفين بخط $\overline{ا د}$ كما بين ببرهان ط مِنْ ا فمثلث $\overline{ا ب د}$ زاويته الخارجة اعنى زاوية $\overline{ا د ج}$ اعظم مِنْ زاوية $\overline{ب ا د}$ التي هي مساوية لزاوية $\overline{ج ا د}$ وذلك بين ببرهان يو مِنْ ا فمثلث $\overline{ا د ج}$ زاوية $\overline{ا د ج}$ منه اعظم مِنْ زاوية $\overline{ج ا د}$ فببرهان يط مِنْ ا يكون ضلع $\overline{ا ج}$ اعظم مِنْ ضلع $\overline{ج د}$ وبمثل هذا البرهان يتبين ان ضلع $\overline{ا ب}$ اعظم مِنْ ضلع $\overline{د ب}$ فمجموع ضلعي $\overline{ا ب}$ $\overline{ا ج}$ اذن اعظم مِنْ ضلع $\overline{ب ج}$ وذلك ما اردنا ان نبين . برهان اخر زيادة فليكن مثلث $\overline{ا ب ج}$ وضع $\overline{ب ج}$ اطول الاضلاع ونفصل $\overline{ب د}$ مثل $\overline{ا ب}$ كما بين ببرهان ج مِنْ ا فبما بين ببرهان ه مِنْ ا تكون زاوية $\overline{ب ا د}$ مثل زاوية $\overline{ب د ا}$ وبما بين ببرهان يو مِنْ ا تكون زاوية $\overline{ب د ا}$ اعظم مِنْ زاوية $\overline{د ا ج}$ وكذلك زاوية $\overline{ج د ا}$ اعظم مِنْ زاوية $\overline{د ا ب}$ فالزاويتان اللتان عند نقطة $\overline{د}$ عن جنبتى خط $\overline{ا د}$ اذا جمعنا اعظم مِنْ زاوية $\overline{ب ا ج}$ $\overline{و ح د ه ا}$ وقد تبين ان زاوية $\overline{ب د ا}$ مثل زاوية $\overline{ب ا د}$ فتبقى زاوية $\overline{ا د ج}$ اعظم مِنْ زاوية $\overline{ج ا د}$ فضلع $\overline{ج ا}$ اعظم مِنْ ضلع $\overline{ج د}$ و $\overline{ب د}$ مثل $\overline{ا ب}$ فمجموع ضلعي $\overline{ا ب}$ $\overline{ا ج}$ اعظم مِنْ ضلع $\overline{ب ج}$ وذلك ما اردنا

¹⁾ Supra scriptum: زيادة; addenda.

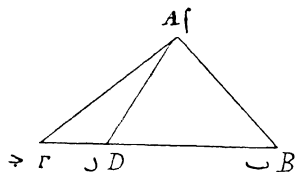
maior erit. In triangulo igitur BGD angulus BGD angulo BDG maior est; itaque ex I, 19 latus BD maius est latere BG . Sed latus BD aequale est summae duorum laterum BA , AG . Ergo demonstratum est, in quovis triangulo duo latera ita coniuncta, ut una linea fiant, tertio latere maiora esse. Q. n. e. d.

Alia demonstratio*) huius propositionis. Sit triangulus ABG . Dico, summam duorum laterum AB , AG maiorem esse latere BG , ubi latus BG utrovius laterum AB , AG maius sit.



Demonstratio. Angulum BAG in duas partes [aequales] diuidimus linea AD , ita ut in I, 9 demonstratum est. In triangulo ABD igitur angulus extrinsecus positus ADG maior est angulo BAD , qui aequalis est angulo GAD ; hoc enim in I, 16 demonstratum est. Et in triangulo ADG angulus ADG maior est angulo GAD . Ergo ex I, 19 latus AG latere GD maius est. Et eodem modo, quo in hac demonstratione, demonstratur, latus AB latere DB maius esse. Ergo summa duorum laterum AB , AG maior est latere BG . Q. n. e. d.

Alia demonstratio**) ad-
denda. Sit triangulus ABG , et latus BG sit maximum. BD [rectae] AB aequalem abscindimus, ita ut in I, 3 demonstratum est. Itaque ex eo, quod in I, 5 demonstratum est, erit $\angle BAD = \angle BDA$. Sed ex eo, quod in I, 16



demonstrauimus, angulus BDA angulo DAG maior est; et eodem modo angulus GDA angulo DAB maior est, ita ut duo anguli, qui ad punctum D in utraque parte lineae AD positi sunt, coniuncti angulo BAG solo maiores sint. Sed iam demonstratum est, angulum BDA aequalem esse angulo BAD ; itaque relinquitur angulus ADG angulo GAD maior, et latus GA

*) Heronis apud Proclum p. 323, 6 sq.

**) Eiusdem Heronis apud Proclum p. 324, 3 sq.

ان نبين : وايضا زيادة في هذا الشكل ان قال قائل انه يمكن ان يكون مثلث ضلعان من اضلاعه مساويان للضلع الباقي فلننزل مثلث ابج وننزل ان مجموع ضلعي اب اج مساو لضلع بـ فنفصل بـ د مثل اب كما بين ببرهان جـ من ا فيبقى دـ جـ مثل جا ونخرج خط ان فلان ضلع بـ د مثل ضلع با فان زاوية ادب مساوية لزاوية داب بحسب برهان هـ من ا وبمثل هذا البرهان يتبين ان زاوية داج مساوية لزاوية جدا لكن الزاويتين اللتين عند نقطة د عن جنبتي خط ان معادلتان لقائمتين وذلك بين بحسب برهان يـ من ا وهما مساويتان لزاوية باج وهذا محال لا يمكن من اجل ان خط دا قام على نقطة ا على فصل خطي با اج فصير زاويتي باد داج معادلتين لقائمتين فبحسب برهان يكـ من ا يجب ان يكون خطا با اج قد اتصلا على استقامة وصارا خطا واحدا مستقيما فخطا با اج اذن خط واحد مستقيم فمثلث باج يحيط به خطان مستقيمان هذا خلف غير ممكن وذلك ما اردنا ان نبين : وايضا زيادة في هذا الشكل ثم ننزل ايضا ان ضلعي اب اج مجموعين اصغر من ضلع بـ د ونفصل بـ د مثل با وجه مثل اج فبرهان هـ تكون زاويتا بـ د [ا] با د مساويتين وكذلك زاويتا جـ هـ ا متساويتان لكن زاوية ادب اعظم من زاوية داج وزاوية داج اعظم من زاوية جـ هـ ا فزاوية ادب اذن اعظم من زاوية جـ هـ ا

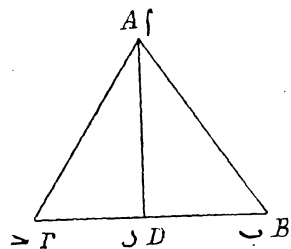
*) Proclus p. 325, 3 sq.

**) Causam addidit Arabs ipse per ambages inutiles, ut solet.

***) Est pars secunda demonstrationis proxime praecedentis (u. Proclus p. 325, 11 sq.), quam Arabs omisso initio (Proclus p. 325, 1—3) iniuria in duas discidit.

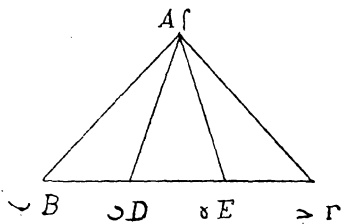
latere GD maius. Sed $BD = AB$. Ergo summa duorum laterum AB, AG maior est latere BG . Q. n. e. d.

Hoc quoque huic propositioni addendum est. Si quis dixerit, fieri posse, ut duo latera trianguli reliquo lateri aequalia sint, ponamus triangulum ABG et supponamus, summam duorum laterum AB, AG lateri BG aequalia esse.*) Abscindimus $BD = AB$, ut in I, 3 demonstratum est, ita ut relinquatur $DG = GA$. Lineam AD ducimus. Iam quoniam latus BD lateri BA aequale est, angulus ADB ex I, 5 aequalis erit angulo DAB . Et eodem



modo, quo in hac demonstratione, demonstratur, angulum DAG angulo GDA aequalem esse. Sed duo anguli ad punctum D in utraque parte lineae AD positi duobus rectis aequales sunt, quod ex I, 13 demonstrari potest. Et iidem angulo BAG aequales sunt;**) quod fieri non potest, quia recta DA in puncto A duarum rectarum BA, AG communi erecta est, ita ut duos angulos BAD, DAG duobus rectis aequales efficiat; quare ex I, 14 lineae BA, AG in directum coniunctae sunt unamque efficiunt lineam rectam. Itaque etiam lineae BA, AG una linea recta sunt. Duae igitur rectae lineae triangulum BAG comprehendunt, quod absurdum est neque fieri potest. Q. n. e. d.

Hoc quoque***) addendum est huic propositioni. Supponamus etiam, duo latera AB, AG coniuncta latere BG minora esse. Abscindimus BD [lateri] BA aequalem et GE aequalem [lateri] AG . Itaque ex [I,] 5 duo anguli BDA, BAD aequales sunt, et eodem modo duo anguli GEA, GAE inter se aequales. Sed angulus ADB maior est angulo DAG . Et angulus DAG maior angulo GAE . Itaque angulus ADB multo maior est angulo GAE . Eodem modo demonstratur, angulum AEG multo maiorem esse



كثيراً وكذلك يتبين ان زاوية $\widehat{اهـ}$ اعظم من زاوية $\widehat{بـاـد}$ كثيراً
فمجموع زاويتي $\widehat{ادب}$ $\widehat{اهـ}$ اعظم من مجموع زاويتي $\widehat{بـاـد}$ $\widehat{جـاـه}$ وقد
كان مساوياً له وهذا محالٌ *

13 P.

الشكل الحادى والعشرون من المقالة الاولى

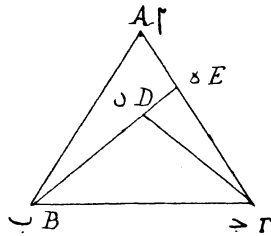
كل مثلث يخرج (ع) من طرفى ضلع من اضلاعه خطان يلتقى
طرفاهما على نقطة في داخل المثلث فانهما اقتصر (ط) من ضلعي
المثلث الباقيين ولكنها يحيطان بزاوية اعظم من الزاوية التي
يحيط بها ضلعا المثلث : مثاله ان مثلث $\widehat{ابـج}$ قد خرج من
طرفى ضلع $\widehat{بـد}$ منه خطا $\widehat{بـد}$ $\widehat{جـد}$ والتقى طرفاهما داخل المثلث
على نقطة $\widehat{د}$ فاقول ان مجموعها اصغر من مجموع ضلعي $\widehat{ابـج}$
وان زاوية $\widehat{بـدج}$ اعظم من زاوية $\widehat{بـاـج}$ برهانه انا فخرج خط $\widehat{دب}$
على استقامته الى نقطة $\widehat{هـ}$ فمجموع ضلعي $\widehat{بـاـه}$ اعظم من ضلع $\widehat{بـه}$
ونجعل $\widehat{جـه}$ مشتركاً فمجموع ضلعي $\widehat{بـاـج}$ اعظم من مجموع ضلعي
 $\widehat{بـهـج}$ وذلك بين بحسب برهان $\widehat{كـ}$ من $\widehat{ا}$ وايضا مجموع ضلعي
 $\widehat{جـهـد}$ اعظم من ضلع $\widehat{جـد}$ ونجعل $\widehat{دب}$ مشتركاً فمجموع ضلعي
 $\widehat{جـهـد}$ اعظم من مجموع ضلعي $\widehat{جـدب}$ وذلك بين ايضا من
برهان $\widehat{كـ}$ من $\widehat{ا}$ فمجموع ضلعي $\widehat{ابـد}$ اعظم من مجموع ضلعي
 $\widehat{بـدج}$ كثيراً وايضا فان زاوية $\widehat{جـهـد}$ حارجة من مثلث $\widehat{ابـه}$ فهي
اذن اعظم من زاوية $\widehat{هـاب}$ وذلك بين بحسب برهان $\widehat{يو}$ من $\widehat{ا}$ وبهذا
الاستشهاد تكون زاوية $\widehat{بـدج}$ اعظم من زاوية $\widehat{جـهـد}$ فزاوية $\widehat{بـدج}$
اذن اعظم من زاوية $\widehat{بـاـج}$ كثيراً وذلك ما اردنا ان نبين

angulo BAD , ita ut summa duorum angulorum ADB , AEG maior sit summa duorum angulorum BAD , GAE . Sed eadem eis aequalis est. Quod absurdum est.

Propositio XXI libri primi.

Si in quouis triangulo ab terminis alicuius lateris eius duae lineae ducuntur, quarum termini in puncto intra triangulum posito congruunt, breviores erunt duobus reliquis lateribus trianguli, sed angulus, quem comprehendunt, maior erit angulo, quem duo latera trianguli comprehendunt.

Exemplificatio. In triangulo ABG a terminis lateris eius BG ductae sunt duae lineae BD , GD , quarum termini intra triangulum congruunt in puncto D . Dico, summam earum minorem esse summa duorum laterum AB , AG , et angulum BDG maiorem esse angulo BAG .



Demonstratio. Lineam DB in directum producimus ad punctum E ; itaque summa duorum laterum BA , AE maior est latere BE . GE communem adiicimus, summa igitur duorum laterum BA , AG maior est summa duorum laterum BE , EG . Quod ex I, 20 demonstratur. Uerum etiam summa duorum laterum GE , ED maior est latere GD . DB communem adiicimus. Summa igitur duorum laterum GE , EB maior est summa duorum laterum GD , DB . Hoc quoque ex I, 20 demonstratur. Itaque summa duorum laterum AG , AB multo maior est summa duorum laterum BD , DG . Rursus autem angulus GED ad triangulum ABE extrinsecus positus maior est angulo EAB , quod ex I, 16 demonstratur. Eadem ratione angulus BDG angulo GED maior est. Ergo angulus BDG multo maior est angulo BAG . Q. n. e. d.

الشكل الثاني والعشرون من المقالة الأولى

نريد ان نبيّن كيف نعمل (ط) مثلثا من ثلاثة (ع) خطوط مفروضة (مساوية لثلاثة خطوط معلومة)⁽¹⁾ على ان كل خطين منها مجموعين اعظم⁽²⁾ من الخط الثالث لان سبيل المثلث بحسب برهان ك من ا ان يكون كل ضلعين من اضلاعه اذا جمعا اعظم من الثالث : مثاله ان خطوط ا ب ج الثلاثة مفروضة ونريد ان نبيّن كيف نعمل منها مثلثا على ان مجموع خطي ا ب كخط واحد اعظم من خط ج ومجموع خطي ب ج اعظم من خط ا ومجموع خطي ج ا اعظم من خط ب فنخط خطا مستقيما غير محدود النهاية وهو خط دط ونفصل دز مساويا لخط ا ونفصل زح مساويا لخط ب ونفصل ح ط مساويا لخط ج بحسب ما بيّن ببرهان ج ونجعل نقطة ز مركزا ونخط ببعد ز دائرة دكل ونجعل نقطة ح مركزا ونخط ببعد ح ط دائرة طكل ونخرج من نقطة ك خطي كز كح فلان نقطة ز مركز لدائرة دكل وقد خرج منها الى المحيط خطا زك زح فنخط زك اذن مثل خط زه لكن خط زه مثل ا فضلع زك مثل ا وايضا فان نقطة ح مركز لدائرة طكل وقد خرج منها الى المحيط خطا ح ط ح ك فنخط ح ك اذن مثل خط ح ط وخط ح ط فصلناه مثل خط ج فضلع كح مساو لخط ج وكنا فصلنا زح مثل خط ب فاضلاع مثلث زكح مساوية لخطوط ا ب ج زك مثل ا وكح مثل ج وزح

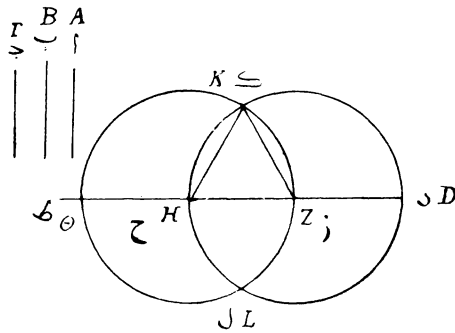
¹⁾ In margine atr. rubro addita.

²⁾ Atr. rubro supra scriptum: اطول, longiores.

Propositio XXII libri primi.

Demonstrare uolumus, quo modo triangulum constituamus ex tribus lineis datis, quae tribus lineis notis aequales sunt, eius modi, ut duae lineae coniunctae linea tertia maiores sunt, quoniam ratio trianguli ex I, 20 ea est, ut duo latera eius coniuncta semper tertia maiora sunt.

Exemplificatio. Tres lineae A , B , G datae sunt. Demonstrare uolumus, quo modo ex iis triangulum construamus ita, ut summa duarum linearum A , B in directum coniunctarum linea G maior sit, et summa duarum linearum B , G maior linea A , et summa duarum linearum G , A maior linea B .



Lineam rectam ex altera parte interminatam $DΘ$ ducimus et DZ lineae A , ZH lineae B , $HΘ$ lineae G aequalem abscindimus ex eo, quod in [I,] 3 demonstratum est.

Et puncto Z centro, distantia autem ZD circulum DKL describimus, puncto H centro, distantia autem $HΘ$ circulum $ΘKL$, et a puncto K duas lineas KZ , KH ducimus. Iam quoniam punctum Z centrum est circuli DKL , et duae lineae ZK , ZD ab eo ad ambitum ductae sunt, linea ZK lineae ZD aequalis erit. Sed $ZD = A$. Latus ZK igitur [lineae] A aequalis est. Rursus quoniam punctum H centrum est circuli $ΘKL$, et lineae $HΘ$, HK ab eo ad ambitum ductae sunt, linea HK lineae $HΘ$ aequalis erit. Et lineam $HΘ$ lineae G aequalem abscindimus. Latus KH igitur lineae G aequale est. Et ZH lineae B aequalem abscindimus. Latera trianguli ZKH igitur lineis A , B , G aequalia sunt, $ZK = A$, $KH = G$, $ZH = B$. Ergo ex eo, quod diximus;

مثل $\overline{ب}$ فقد تبين مما وصفنا اننا قد عملنا مثلنا مساوية اضلاعه
لخطوط $\overline{ا ب ج}$ المعلومة وذلك ما اردنا ان نبين .

الشكل الثالث والعشرون من المقالة الاولى

نريد ان نبين كيف نعمل على نقطة معلومة من خط مفروض ^{13 u}
زاوية مساوية لزاوية مفروضة فلننزل ان الخط $\overline{ا ب}$ والنقطة المفروضة
نقطة $\overline{ا}$ والزاوية المفروضة زاوية $\overline{ا د ز}$ ونريد ان نبين كيف نعمل
على نقطة $\overline{ا}$ زاوية مثل زاوية $\overline{ا د ز}$ فنعلم على خط $\overline{ا ه}$ نقطة $\overline{ح}$ وعلى
خط $\overline{د ز}$ نقطة $\overline{ط}$ ونخرج خط $\overline{ح ط}$ ونعمل على خط $\overline{ا ب}$ مثلنا اضلاعه
مساوية للاضلاع مثلث $\overline{د ح ط}$ ونتفقد عند عملنا بان نجعل ضلع
 $\overline{ا ك}$ مثل ضلع $\overline{د ح}$ وضلع $\overline{ك ل}$ مثل ضلع $\overline{ح ط}$ وضلع $\overline{ا ل}$ مثل ضلع
 $\overline{د ط}$ بحسب ما بيننا عمل ذلك ببرهان كب من $\overline{ا}$ وقد علمنا
ببرهان $\overline{ح}$ من $\overline{ا}$ ان زاوية $\overline{ك ا ل}$ مساوية لزاوية $\overline{ح د ط}$ وذلك
لان الضلعين المحيطين بزاوية $\overline{ك ا ل}$ قد بينا انها مساويان
للضلعين المحيطين بزاوية $\overline{ح د ط}$ كل ضلع مساو لنظيره وقاعدة
 $\overline{ك ل}$ مثل قاعدة $\overline{ح ط}$ فالزاويتان اللتان يواثرهما هاتان القاعدتان
المتساويتان متساويتان فقد عملنا على نقطة مفروضة من خط
مفروض زاوية مساوية لزاوية مفروضة وذلك ما اردنا ان نبين .

الشكل الرابع والعشرون من المقالة الاولى

كل مثلثين يساوي ضلعان من احدهما ضلعين من الآخر كل
ضلع لنظيره وتكون احدي الزاويتين اللتين يحيط بهما الاضلاع

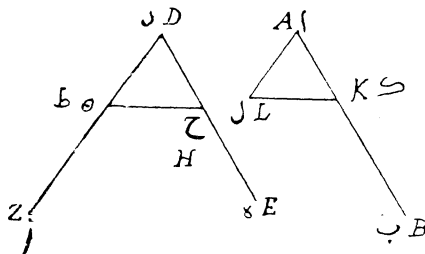
demonstratum est, nos triangulum, cuius latera datis lineis A, B, C aequalia sunt, construxisse. Q. n. e. d.

Propositio XXIII libri primi.

Explicare uolumus, quo modo ad punctum datum in recta data angulum angulo dato aequalem construamus.

Ponamus lineam esse AB , et punctum datum esse punctum A , et angulum datum esse angulum EDZ . Explicare uolumus, quo modo ad punctum A angulum angulo EDZ aequalem construamus.

In linea DE punctum H , in linea DZ autem punctum Θ sumimus. Ducta linea $H\Theta$ in linea AB triangulum cuius latera aequalia sint lateribus trianguli $DH\Theta$, construimus, et quaerimus diligenter, ut sit $AK = DH, KL = H\Theta, AL = D\Theta$, quoniam hanc constructionem in I, 22 demonstrauerimus. Iam ex I, 8 scimus,



angulum KAL angulo $H\Theta$ aequalem esse, quoniam iam demonstrauimus, duo latera, quae angulum KAL comprehendunt, duobus lateribus, quae angulum $H\Theta$ comprehendunt, alterum alteri aequalia esse, et $KL = H\Theta$; quare duo anguli, sub quibus subtendunt hae duae bases inter se aequales, inter se aequales sunt. Ergo iam ad punctum datum in linea data angulum angulo dato aequalem construximus. Q. n. e. d.

Propositio XXIV libri primi.

Si in duobus triangulis duo latera alterius duobus lateribus alterius aequalia sunt, alterum alteri, et angulorum, quos latera inter se aequalia comprehendunt, alter altero maior est, reliquum

المتساوية اعظم من الزاوية الأخرى فان¹⁾ الضلع الباقي الذي يوتر
الزاوية العظمى اعظم من الضلع الباقي من المثلث الآخر الذي
يوتر الزاوية الصغرى مثاله ان ضلعي \overline{AB} \overline{AC} من مثلث \overline{ABC}
مساويان لضلعي \overline{DE} \overline{DF} من مثلث \overline{DEF} وضع \overline{DE} وضع
 \overline{AC} مثل ضلع \overline{DF} وزاوية \overline{BAC} اعظم من زاوية \overline{EDF} فاقول ان ضلع
 \overline{BC} الذي يوتر زاوية \overline{BAC} العظمى اعظم من ضلع \overline{EF} الذي يوتر
زاوية \overline{EDF} الصغرى برهانه انا نعمل على نقطة \overline{D} من خط \overline{ED} زاوية
مثل زاوية \overline{BAC} كما بيننا عملها ببرهان \overline{K} من [1] ولتكن زاوية
 \overline{DCH} ونجعل \overline{DC} مثل \overline{AC} كما بيننا ذلك ببرهان \overline{J} من \overline{A} ونخرج
خطي \overline{CH} \overline{CE} فضع \overline{BA} \overline{AC} من مثلث \overline{ABC} مساويان لضلعي \overline{DE}
 \overline{DC} من مثلث \overline{DCH} كل ضلع مثل نظيره ضلع \overline{AB} مثل ضلع \overline{DE}
وضلع \overline{AC} مثل ضلع \overline{DC} وزاوية \overline{BAC} مثل زاوية \overline{DCH} فبحسب برهان
 \overline{D} من \overline{A} تكون قاعدة \overline{BC} مساوية لقاعدة \overline{CH} وايضا فان مثلث
 \overline{DCH} متساوي الساقين ساق \overline{DC} مثل ساق \overline{DC} فبحسب برهان \overline{E}
من \overline{A} تكون زاوية \overline{DCH} مساوية لزاوية \overline{DCE} لكن زاوية \overline{DCH}
اعظم من زاوية \overline{DCE} فزاوية \overline{DCH} اعظم من زاوية \overline{DCE} فاذا زدنا زاوية
 \overline{DCE} كانت زاوية \overline{DCH} اعظم من زاوية \overline{DCE} كثيراً فمثلث \overline{DCH} له
زاويتان احدهما اعظم من الاخرى اعني ان زاوية \overline{DCH} اعظم من
زاوية \overline{DCE} فبحسب برهان \overline{I} من \overline{A} يكون ضلع \overline{BC} الموتر للزاوية

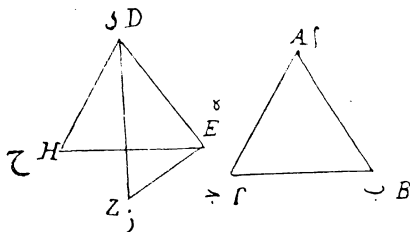
¹⁾ In margine atramento rubro additum: قاعدة المثلث الذي زاويته: Basis trianguli, cujus angulus maior, longior est basi alterius.

latus, quod angulo maiori oppositum est, reliquo latere alterius trianguli angulo minori opposito maius est.

Exemplificatio. Duo latera AB , AG trianguli ABG aequalia sint duobus lateribus DE , DZ trianguli EDZ , $AB = DE$, $AG = DZ$, et angulus BAG maior sit angulo EDZ . Dico, latus BG angulo BAG maiori oppositum maius esse latere EZ angulo EDZ minori opposito.

Demonstratio. Ad punctum D lineae ED angulum angulo BAG aequalem construimus, ita ut in I, 23 demonstraui-
mus, qui sit angulus EDH . Posita [linea] DH [lineae] AG ae-
quali, quod in I, 3 demonstraui-
mus, duas lineas HZ , HE duci-
mus. Itaque duo latera BA , AG trianguli ABG duobus lateribus
 DE , DH trianguli EDH aequalia sunt, alterum alteri, $AB = DE$,
 $AG = DH$, et $\angle BAG = \angle EDH$. Itaque ex I, 4 basis BG ae-
qualis est basi EH . Rursus quoniam in triangulo DZH duo la-
tera inter se aequalia sunt, $DZ = DH$, ex I, 5 erit $\angle DZH$
 $= \angle DHZ$. Sed angulus DHZ maior est angulo EZH ; quare
angulus DZH maior est angulo EZH . Itaque adiecto angulo
 EZD angulus EZH multo
maior erit angulo EZH .

In triangulo EZH igitur
duo anguli sunt, quorum
alter altero maior, $\angle EZH$
 $> \angle EHZ$. Quare ex I,
19 latus EH maiori angulo
oppositum maius est latere



EZ angulo minori opposito. Sed $EH = BG$. Ergo iam de-
monstraui-
mus basim BG basi EZ maiorem esse. Q. n. e. d.

Additamentum ad hanc propositionem.*)

Si lineam DH lateri AG aequalem duxerimus**), et deinde

*) Proclus p. 339, 2 sq.

**) Et ita, ut sit $\angle EDH = \angle BAG$; u. Proclus p. 338, 8, quam demon-
strationis partem male omisit Arabs.

العظمى اعظم من ضلع هـ الموتّر للزاوية الصغرى لكن هـ مثل
بـ جـ فقاعدة بـ جـ قد تبين انها اعظم من قاعدة هـ وذلك ما اردنا
ان نبين زيادة في هذا الشكل فاننا متي اخرجنا خط دـ حـ مساويًا
لضلع اـ جـ ثم اخرجنا خط حـ هـ فجاز نقطة ز (هـ. Ser.) فحدث مثلث
دـ حـ هـ وقد خرج من طرفي ضلع من اضلاعه وهو ضلع دـ هـ خيطان
وهما دز هـ فالتقى طرفاهما على نقطة ز داخل المثلث فبحسب
14 r. برهان كما من ا فان مجموع ضلعي هـ دز حـ خط واحد اصغر من
مجموع ضلعي دـ حـ هـ لكن ضلع دـ حـ مثل ضلع دز فيبقى ضلع
هـ اعظم من ضلع هـ وقد تبين بحسب برهان [د] من [ا] ان قاعدة
هـ مثل قاعدة بـ جـ فقاعدة بـ جـ اذن اعظم من قاعدة هـ وذلك ما
اردنا ان نبين :

الشكل الخامس والعشرون من المقالة الاولى¹⁾

كل مثلثين (ع) يساوي ضلعان من احدهما ضلعين من الاخر كل
ضلع لنظيره²⁾ والضلع الباقي من احدهما اعظم من الضلع الباقي
من المثلث الاخر فان زاوية المثلث التي يوترها الضلع الاعظم
اعظم (ط) من الزاوية الاخرى التي يوترها الضلع الاصغر مثاله ان

1) In margine legitur: هذا هو عكس الرابع والعشرين [عشرين] Inversio est prop. XXIV.

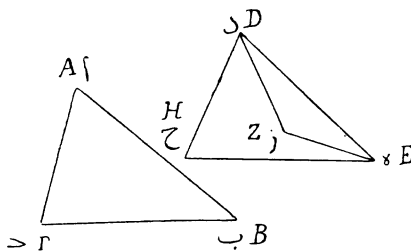
2) In margine atramento rubro addita sunt:

وقاعدة احدهما اطول من قاعدة الاخر فان زاوية المثلث
الطويل القاعدة اعظم [م] من زاوية المثلث القصير القاعدة

»Et si basis alterius basi alterius longior est, angulus trianguli,
cuius basis longior, maior est angulo trianguli, cuius basis breuior.«

— Altera forma huius propositionis.

lineam HE duxerimus, ut per punctum Z (scr. E) transeat et triangulus DHE fiat, in quo a duobus terminis alicuius lateris eius, quod est latus DE , duae lineae ductae sunt, DZ , EZ , ita ut termini earum in puncto Z intra triangulum congruant, tum ex I, 21 summa duorum laterum EZ , DZ in directum coniunctorum minor erit summa duorum laterum DH , HE . Est autem $DH = DZ$; relinquitur igitur latus EH latere EZ maius. Sed iam demonstrauimus ex I, 4, basim EH basi BG aequalem esse. Ergo basis BG maior est basi EZ . Q. n. e. d.



Propositio XXV libri primi.

Si in duobus triangulis duo latera alterius duobus lateribus alterius aequalia sunt alterum alteri, et reliquum latus alterius maius est reliquo latere alterius trianguli, angulus trianguli, cui latus maius oppositum est, maior est angulo altero, cui latus minus oppositum est.

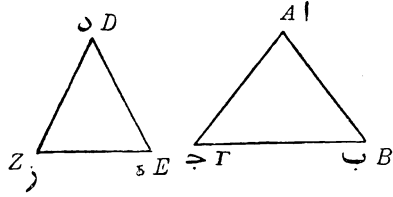
Exemplificatio. Duo latera AB , AG trianguli ABG aequalia sint duobus lateribus DE , DZ trianguli EDZ , $AB = DE$, $AG = DZ$, et reliquum latus BG trianguli ABG maius sit reliquo latere EZ trianguli EDZ . Dico, angulum BAG maiorem esse angulo EDZ .

Demonstratio. Nam si eo maior non est, aut ei aequalis est aut minor. Si ei aequalis sit, ex eo, quod in I, 4 demonstrauimus, necesse est, basim BG basi EZ aequalem esse. At maior est; quod absurdum est neque fieri potest. Ergo BG [rectae] EZ aequalis non est*). Rursus non necesse est [scr. fieri non po-

*) Res Arabs confudit. Scribere debuisset: Ergo angulus BAG angulo EDZ aequalis non est.

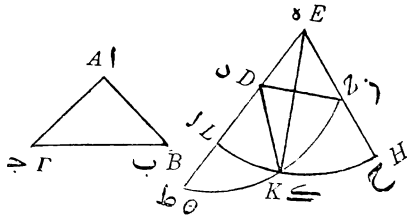
ضلعى $\overline{اب}$ $\overline{اج}$ $\overline{بج}$ مثلث $\overline{اب}$ $\overline{ج}$ يساويان ضلعى $\overline{ده}$ $\overline{دز}$ من مثلث $\overline{دهز}$ ضلع $\overline{اب}$ مثل ضلع $\overline{ده}$ وضلع $\overline{اج}$ مثل ضلع $\overline{دز}$ وضلع $\overline{بج}$ الباقى من مثلث $\overline{ابج}$ اعظم من ضلع $\overline{هز}$ من مثلث $\overline{دهز}$ الباقى فاقول ان زاوية $\overline{باج}$ اعظم من زاوية $\overline{دهز}$ برهانه انها ان لم تكون اعظم منها فهى مثلها او اصغر منها ولو كانت مثلها فان مما بيّننا برهان $\overline{د}$ من ا يجب ان تكون قاعدة $\overline{بج}$ مثل قاعدة $\overline{هز}$ وهى اعظم منها هذا خلف لا يمكن فليس $\overline{بج}$ اذاً مثل $\overline{هز}$ ولا يجب ايضاً ان تكون اصغر منها الانها ان كانت اصغر منها فبحسب برهان $\overline{ك}$ من ا يجب ان يكون ضلع $\overline{بج}$ اصغر من ضلع $\overline{هز}$ وكنّا فرضناه اعظم منه هذا خلف غير ممكن فقد نبين ان زاوية $\overline{ا}$ ليست بمساوية لزاوية $\overline{د}$ ولا هى ايضا اصغر منها فهى اذن اعظم منها وذلك ما اردنا ان نبين مضاف الى هذا الشكل وليس يُعرف صاحبه وهو برهانه من غير طريق الخلف فلنزل ان مثلثى $\overline{ابج}$ $\overline{دهز}$ ضلع $\overline{اب}$ مثل ضلع $\overline{ده}$ وضلع $\overline{اج}$ مثل ضلع $\overline{دز}$ وضلع $\overline{بج}$ الباقى اعظم من ضلع $\overline{هز}$ الباقى فاقول ان زاوية $\overline{باج}$ اعظم من زاوية $\overline{دهز}$ برهانه انا نُخرج خط $\overline{هز}$ الى $\overline{ح}$ على الاستقامة ونجعل $\overline{هح}$ مثل $\overline{بج}$ ونُخرج خط $\overline{هد}$ على الاستقامة الى نقطة $\overline{ط}$ ونجعل $\overline{دط}$ مثل $\overline{اج}$ ونجعل نقطة $\overline{د}$ مركزاً ونُخط ببعد $\overline{دط}$ قوس $\overline{طكز}$ لان $\overline{دز}$ مثل $\overline{دز}$ فلان ضلعى $\overline{اب}$ و $\overline{اج}$ كخط واحد اعظم من ضلع $\overline{بج}$ كالى نبين من برهان $\overline{ك}$ من ا وضلع $\overline{بج}$ مساو لضلع $\overline{هح}$ ومجموع ضلعى $\overline{اب}$ و $\overline{اج}$ كخط واحد هو خط $\overline{هط}$ فخط $\overline{هط}$ اذن اعظم من خط $\overline{هح}$ ونجعل نقطة $\overline{ه}$ مركزاً ونُخط ببعد $\overline{هح}$ (نقوس

test], ut eo minor sit. Si enim minor sit, ex I, 24 necesse est, latus BG minus esse latere EZ ; sed supposuimus, illud maius esse; quod absurdum est neque fieri potest. Demonstrauimus igitur, angulum A neque aequalem angulo D neque minorem esse. Ergo maior est. Q. n. e. d.



Additamentum ad banc propositionem, cuius scriptor ignotus est, et haec demonstratio per reductionem in absurdum non procedit*). Supponamus, duos triangulos ABG , DEZ latus AB lateri DE aequale habentes et $AG = DZ$, et latus reliquum BG latere reliquo EZ maius esse. Dico, angulum BAG maiorem esse angulo EDZ .

Demonstratio. Lineam EZ ad H in directum producimus ita, ut EH lineae BG aequalis fiat. Et linea ED in directum ad punctum Θ producta ponimus $D\Theta = AG$. Puncto D centro radio autem $D\Theta$ arcum ΘKZ describimus. Iam quoniam $\Theta D = DZ$, et duo latera AB , AG in directum coniuncta maiora sunt latere BG , ita ut in I, 20 demonstrauimus, et $BG = EH$, et latera AB , AG in directum coniuncta sunt ita, ut linea $E\Theta$ fiant, linea $E\Theta$ maior est linea EH . Iam punctum E centrum sumimus, et radio EH arcum HL **)



*) Heronis est, de quo Proclus p. 346, 13 sq: οὐ δὲ ἀδυνάτου τὸ αὐτὸ δείχνειν.

***) Secat enim rectam $E\Theta$, quia demonstrauimus, eam maiorem esse quam EH ; nec hoc omisit Proclus p. 347, 3 sq.

ح ل ونخرج هـ ك ودك فخط دك مساوٍ لخط دط لكن دط مثل
 اج فخط دك اذن مثل اج وايضا فلان هـ ك مثل هـ ح وخط هـ ح
 فرضناه مثل بـ ج يكون هـ ك مثل بـ ج فمثلنا ابـ ج هـ ك ضلعان
 من احدهما مساويان لضلعين من الاخر ابـ ج مثل ده واجـ دك
 وضلع بـ ج الباقي مثل ضلع هـ ك الباقي فظاهر من برهان ح من
 ان زاوية باـ ج مثل زاوية هـ دك لكن زاوية هـ دك اعظم من زاوية
 هـ ز فزاوية باـ ج اذن اعظم من زاوية هـ ز وذلك ما اردنا ان نبين .

14 u

الشكل السادس والعشرون من المقالة الاولى

كل مثلثين (ع) تساوي زاويتان من احدهما زاويتين من الاخر
 كل زاوية ونظيرتها ويساوي ضلع من احدهما نظيره من الاخر
 اى ضلع كان فان الضلعين الباقيين من احدهما يساويان (ط)
 الضلعين الباقيين من المثلث الاخر كل ضلع لنظيره والزاوية
 الباقية مثل (ط) الزاوية الباقية والمثلث (ط) مثل المثلث مثاله ان
 زاويتي ابـ ج اجـ ب من مثلث ابـ ج مساويتان لزاويتي دهـ ز دزـ هـ من
 مثلث دهـ ز زاوية ابـ ج مساوية لزاوية دهـ ز وزاوية اجـ ب مساوية لزاوية
 دزـ هـ وننزل ان ضلع باـ ج اولاً مثل ضلع هـ ز فاقول ان ضلعي باـ ج
 الباقيين مثل ضلعي هـ د ز الباقيين ضلع ابـ ج مثل ضلع دهـ و ضلع
 اجـ مثل ضلع دزـ وزاوية باـ ج مثل زاوية هـ ز برهانه انه ان لم
 يكن ضلع باـ مثل ضلع هـ د فليكن احدهما اعظم فلننزل ان
 ضلع ابـ اعظم ونفصل باـ ح مساويا لضلع دهـ كما بين ببرهان
 ج من ا وضلع باـ ج فرض مثل ضلع هـ ز فضعاً جـ ب ح من مثلث

DK ; DK igitur lineae $D\Theta$ aequalis est. Sed $D\Theta = AG$, itaque $DK = AG$. Rursus quoniam $EK = EH$, et supposuimus esse $EH = BG$, erit $EK = BG$. Itaque in duobus triangulis ABG , EDK duo latera alterius duobus lateribus alterius aequalia sunt, $AB = DE$, $AG = DK$, et latus reliquum BG lateri reliquo EK aequale. Ex I, 8 igitur manifestum est, angulum BAG angulo EDK aequalem esse. Sed angulus EDK maior est angulo EDZ . Ergo angulus BAG maior est angulo EDZ . Q. n. e. d.

Propositio XXVI libri primi.

Si in duobus triangulis duo anguli alterius duobus angulis alterius aequales sunt alter alteri, et latus quodlibet alterius aequale est lateri alterius, etiam duo reliqua latera alterius aequalia erunt duobus reliquis lateribus alterius alterum alteri, et angulus reliquus angulo reliquo aequalis erit, et triangulus triangulo.

Exemplificatio. Duo anguli ABG , AGB trianguli ABG duobus angulis DEZ , DZE trianguli DEZ aequales sint, $\angle ABG = \angle DEZ$, et $\angle AGB = \angle DZE$. Prius supponimus, latus BG aequale esse lateri EZ . Dico, duo latera reliqua BA , AG reliquis lateribus ED , DZ aequalia esse, $AB = DE$ et $AG = DZ$, et angulum BAG angulo EDZ aequalem.

Demonstratio. Si latus BA lateri ED aequale non est, alterutrum maius sit; supponamus latus AB maius esse, et BH lateri DE aequale abscindimus, ita ut in I, 3 demonstrauiamus. Supposuimus autem latus BG lateri EZ aequale esse. Itaque duo latera GB , BH trianguli BGH duobus lateribus EZ , ED trianguli EDZ aequalia sunt, alterum alteri. Et angulus DEZ angulo GBH aequalis est. Itaque ex I, 4 angulus BGH angulo DZE aequalis erit. Supposuimus autem angulum DZE angulo AGB aequalem esse. Et quoniam quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt, angulus AGB angulo BGH aequalis

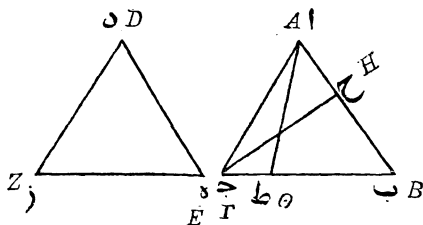
بجـ مثل ضلعي هـ د من مثلث هـ د ز كل ضلع مساو لنظيره
وزاوية هـ د مساوية لزاوية جـ ب فيحسب برهان د من ا تكون
زاوية بـ جـ مساوية لزاوية دـ ز لكن زاوية دـ ز فرضت على انها
مساوية لزاوية اـ ب والمساوية لشي واحد فهي متساوية فزاوية اـ ب
مساوية لزاوية بـ جـ العظمى للصغرى وهذا خلف فليس ضلع اـ ب
اعظم من ضلع هـ د ولا يمكن ايضا ان يكون اصغر لان البرهان
واحد فضلح اـ ب اذن مساو لضلع هـ د و ضلع بـ جـ مثل ضلع هـ ز
فضلعا اـ ب بـ جـ من مثلث اـ بـ جـ مثل ضلعي هـ د هـ ز من مثلث هـ د ز
كل ضلع مساو لنظيره وزاوية اـ بـ جـ مساوية لزاوية هـ د ز فبرهان د
من ا يكون ضلع اـ د الباقي من مثلث اـ بـ جـ مثل ضلع د ز الباقي
من مثلث هـ د ز وزاوية بـ اـ د مثل زاوية هـ د ز وذلك ما اردنا ان نبين .
وايضا فانا نزل ان ضلع اـ ب مساو لضلع هـ د وزاوية بـ مساوية
لزاوية هـ د وزاوية جـ مساوية لزاوية ز فاقول ان ضلع بـ جـ مساو لضلع
هـ ز برهانه انه اذا لم يكن ضلع بـ جـ مساويا لضلع هـ ز فان احدهما
اعظم فلننزل ان ضلع بـ جـ اعظم من ضلع هـ ز ونفصل خط بـ ط
مثل ضلع هـ ز كما بيّنا ببرهان جـ من ا ونُخرج خط اـ ط فضلعا اـ ب
بـ ط من مثلث اـ بـ ط مساويان لضلعي هـ د هـ ز من مثلث هـ د ز كل
ضلع مساو لنظيره وزاوية اـ بـ ط مثل زاوية هـ د ز فبرهان د من ا
تكون زاوية اـ بـ ط مساوية لزاوية دـ ز وزاوية دـ ز فرضت مساوية
لزاوية اـ جـ ط فزاوية اـ بـ ط الخارجة من مثلث اـ جـ ط اذن مساوية لزاوية
اـ جـ ط الداخلة لكن بحسب برهان يو من ا يجب ان تكون زاوية
اـ بـ ط الخارجة اعظم من زاوية اـ جـ ط الداخلة وهي ايضا مثلها هذا

erit, maior minori; quod absurdum est. Latus AB igitur latere DE maius non est. Et eadem ratione demonstratur, fieri non posse, ut minus sit. Ergo latus AB lateri DE aequale est. Et $BG = EZ$. Itaque duo latera AB, BG trianguli ABG duobus lateribus DE, EZ trianguli DEZ aequalia sunt alterum alteri; et angulus ABG angulo DEZ aequalis. Quare ex I, 4 reliquum latus AG trianguli ABG reliquo lateri DZ trianguli DEZ aequale est, et $\angle BAG = \angle EDZ$. Q. n. e. d.

Iam rursus supponimus, latus AB lateri DE aequale esse, et $\angle B = \angle E$, et $\angle G = \angle Z$. Dico, latus BG lateri EZ aequale esse.

Demonstratio. Si latus BG lateri EZ aequale non est, alterutrum maius est. Supponamus, latus BG latere EZ maius esse, et lineam $B\theta$ lateri EZ aequalem abscindimus, ita ut in I, 3 demonstrauiamus. Lineam $A\theta$ ducimus. Quoniam duo latera $AB, B\theta$ trianguli $AB\theta$ duobus lateribus DE, EZ trianguli DEZ aequalia sunt alterum alteri, et angulus $AB\theta$ angulo DEZ aequalis, ex I, 4 erit $\angle A\theta B = \angle DZE$. Supposuimus autem, angulum DZE angulo $AG\theta$ aequalem esse. Itaque angulus $A\theta B$ ad triangulum $AG\theta$ extrinsecus positus angulo $AG\theta$ intra triangulum posito aequalis erit. Uerum ex I, 16 necesse est, angulum $A\theta B$ extrinsecus positum angulo $AG\theta$ intra posito maiorem esse. Sed idem ei aequalis

est, quod absurdum est neque fieri potest. Latus BG igitur neque maius neque minus est latere EZ . Ergo ei aequalis est, ita ut duo latera AB, BG trianguli ABG lateribus DE, EZ tri-



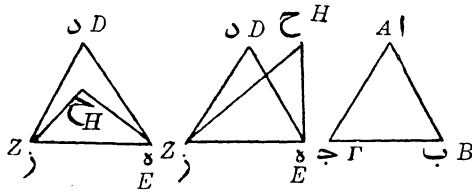
anguli DEZ aequalia sint, alterum alteri; et $\angle ABG = \angle DEZ$. Latus igitur reliquum trianguli ABG lateri reliquo trianguli DEZ aequale est, et reliqui anguli reliquis angulis aequales, ita ut sit $AG = DZ$ et $\angle BAG = \angle EDZ$. Q. n. e. d.

خلف لا يمكن فضلع $\overline{ب ج}$ اذن ليس باعظم من ضلع $\overline{ه ز}$ ولا ايضا اصغر منه فهو اذن مثله فضلعا $\overline{اب ج}$ من مثلث $\overline{اب ج}$ مساويان لضلعي $\overline{ده}$ $\overline{ه ز}$ من مثلث $\overline{ده ز}$ كل ضلع مساو لنظيره وزاوية $\overline{اب ج}$ مثل زاوية $\overline{ده ز}$ فالضلع الباقي من مثلث $\overline{اب ج}$ مساو للضلع الباقي من مثلث $\overline{ده ز}$ وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا فضلع $\overline{اج}$ مثل ضلع $\overline{دز}$ وزاوية $\overline{با ج}$ مساوية لزاوية $\overline{ده ز}$ وذلك ما اردنا ان نبين : مضاف الى هذا الشكل على سبيل التوسع
15 r وجدتهُ ولست اعرف صاحبه متى كانت زاوية $\overline{ب}$ مساوية لزاوية $\overline{ه}$ وزاوية $\overline{ج}$ مساوية لزاوية $\overline{ز}$ وضلع $\overline{ب ج}$ مثل ضلع $\overline{ه ز}$ فانا متى ركبنا $\overline{ب ج}$ على $\overline{ه ز}$ نقطة $\overline{ب}$ على نقطة $\overline{ه}$ ونقطة $\overline{ج}$ على نقطة $\overline{ز}$ نركب خط $\overline{ب ج}$ على خط $\overline{ه ز}$ لانهما متساويان ونركب زاوية $\overline{ب}$ على زاوية $\overline{ه}$ وزاوية $\overline{ج}$ على زاوية $\overline{ز}$ فمن البين ان ضلعي $\overline{اب}$ $\overline{اج}$ ينطبقان على $\overline{ده}$ $\overline{دز}$ وزاوية $\overline{ا}$ تنطبق على زاوية $\overline{د}$ لانه ان لم ينطبق ضلعا $\overline{اب}$ $\overline{اج}$ على ضلعي $\overline{ده}$ $\overline{دز}$ فاما ان يقعوا مثل $\overline{ه ح}$ $\overline{ز ح}$ فتكون زاوية $\overline{زه ح}$ اعنى زاوية $\overline{اب ج}$ مثل زاوية $\overline{زه ح}$ العظمى مثل الصغرى وهذا غير ممكن وان وقعوا في داخل مثلث $\overline{ده ز}$ كخطي $\overline{ه ح}$ $\overline{ز ح}$ فان زاوية $\overline{زه ح}$ اعنى زاوية $\overline{با ج}$ اعظم من زاوية $\overline{با ج}$ وقد كانت مثلها وهذا خلف لا يمكن : وهذا الشكل الزائد ان اجرى امره كما اجرى الشكل الرابع من هذه المقالة من غير استشهاده الخلف فانه واضح ان زاوية $\overline{ب}$ تنطبق على زاوية $\overline{ه}$ وزاوية $\overline{ج}$ تنطبق على زاوية $\overline{ز}$ وان هاتين الزاويتين اذا انطبقتا على زاويتي $\overline{ه ز}$ وانطبق وتركب ضلع $\overline{ب ج}$ على ضلع $\overline{ه ز}$ فان الضلعين الباقيين يتركب

Demonstratio ad hanc propositionem addenda uniuersalior, quam repperi, sed cuius auctorem ignoro.*) Quoniam $\angle B = \angle E$, et $\angle G = \angle Z$, et $BG = EZ$, si BG ad EZ , punctum B ad punctum E , punctum G ad punctum Z adplicuerimus, etiam lineam BG ad lineam EZ adplicabimus, quia inter se aequales sunt, et angulum B ad angulum E adplicabimus, angulum G autem ad angulum Z . Sed manifestum est, duo latera AB, AG cum ED, DZ congruere, et angulum A cum angulo D . Nam si latera AB, AG cum lateribus DE, DZ non congruerent, aut ut $EH, ZH^{**})$ caderent, ita ut angulus ZEH , id est ABG , aequalis esset angulo ZED , maior aequalis minori; quod fieri non potest. Sin intra triangulum DEZ caderent ut duo latera $EH, ZH^{***})$ angulus ZED , id est GBA , maior esset angulo GBA . Sed ei aequalis est. †) Quod absurdum est neque fieri potest.

Si in hac demonstratione addita eodem modo rem agimus, quo in propositione quarta huius libri, reductione in absurdum non usurpata, manifestum est, angulum B cum angulo E , angulum G cum angulo Z congruere, et praeterea, quoniam illi duo anguli

cum duobus angulis E, Z congruant, et latus BG cum latere EZ congruat et in id cadat, etiam duo reliqua latera congruere, alterum cum altero, et angulum A in angulum D cadere, et triangulum cum triangulo congruere. Q. n. e. d.



Si hoc praemisum recte se habet, etiam demonstratio propositionis sextae huius libri reductione ad absurdum non usurpata perficitur; quae haec est: si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, triangulus aequicurius est.

*) Apud Proclum non exstat, nec multum ualet.

***) Scilicet extra triangulum ut in secunda figura.

***) In prima figura.

†) Dicere debuit: erit angulus ZEH minor angulo ZED ; sed ZEH aequalis est angulo ZED .

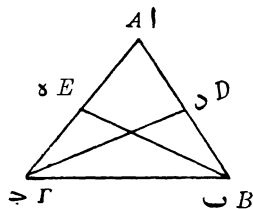
كل واحدٍ منهما على نظيره وتتركب زاوية $\bar{ا}$ على زاوية $\bar{د}$ وتتركب المثلث على المثلث وذلك ما اردنا ان نبين فاذا حصلت هذه المقدمة فانه يحصل برهان الشكل السادس من هذه المقالة بغير خلف وهو اذا تساوت زاويتان من مثلث فهو متساوي الساقين مثاله ان مثلث $\bar{ا ب ج}$ زاوية $\bar{ا ب ج}$ منه مساوية لزاوية $\bar{ا ب ج}$ فاقول ان ساق $\bar{ا ب}$ مثل ساق $\bar{ا ج}$ برهانه انا نفصل $\bar{ب د}$ جه متساويين ونخرج خطي $\bar{ب ه}$ $\bar{د ه}$ فضلعاً $\bar{د ب ج}$ مثل ضلعي $\bar{ه ج}$ $\bar{ب ج}$ فزاوية $\bar{د ب ج}$ مثل زاوية $\bar{ب ج ه}$ فبحسب برهان $\bar{د}$ من $\bar{ا}$ تكون قاعدة $\bar{د ج}$ مثل قاعدة $\bar{ه ب}$ وزاوية $\bar{ب ج ه}$ مثل زاوية $\bar{ب ج د}$ وزاوية $\bar{ب د ج}$ مثل زاوية $\bar{ب ه ج}$ وبحسب برهان الشكل الزائد في $\bar{كو}$ من $\bar{ا}$ فان زاوية $\bar{ا ب ج}$ الباقية مساوية لزاوية $\bar{ا د ج}$ الباقية وضلع $\bar{ا ب}$ مثل ضلع $\bar{ا د}$ وايضاً فان زاوية $\bar{ا ب ه}$ الباقية مثل زاوية $\bar{ا د ه}$ الباقية فبحسب برهان الشكل المقدم الزائد في $\bar{كو}$ من $\bar{ا}$ فان ضلع $\bar{ا د}$ مساو لضلع $\bar{ا ه}$ وقد كنا بينا ان $\bar{ب د}$ مثل $\bar{ج ه}$ فخط $\bar{ب ا}$ مثل خط $\bar{ج ا}$ باسره فساق $\bar{ا ب}$ مثل ساق $\bar{ا ج}$ وذلك ما اردنا ان نبين .:

الشكل السابع والعشرون من المقالة الاولى

اذا وقع خط (ع) مستقيم على خطين مستقيمين فصير الزاويتين المتبادلتين متساويتين فان الخطين (ط) متوازيان مثاله ان خط $\bar{ه ز}$ وقع على خطي $\bar{ا ب}$ $\bar{ج د}$ فصير زاويتي $\bar{ا ح ط}$ $\bar{ح ط د}$ المتبادلتين متساويتين فاقول ان خطي $\bar{ا ب}$ $\bar{ج د}$ متوازيان برهانه انهما ان لم يكونا متوازيين فانهما اذا اُخجا في احدى الجهتين التقيا فنخرجهما في جهة $\bar{ب د}$ فيلتقيان على نقطة $\bar{ك}$ ان امكن ذلك فنتبين:

Exemplificatio. Trianguli ABG angulus ABG aequalis sit angulo AGB . Dico, esse $AB = AG$.

Demonstratio. BD, GE inter se aequales abscindimus, et duas lineas BE, GD ducimus. Quare duo latera DB, BG duobus lateribus EG, GB aequalia sunt. Et $\angle DBG = \angle BGE$. Ex I, 4 igitur basis DG basi EB aequalis erit et $\angle GBE = \angle BGD$ et $\angle BDG = \angle BEG$. Et e demonstratione ad I, 26 addita angulus qui relinquitur AEB aequalis est angulo qui relinquitur ADG , et $AB = AG$.) Iam rursus angulus qui relinquitur ABE angulo qui relinquitur AGD aequalis est. Itaque ex demonstratione propositionis praecedentis ad I, 26 additae latus A lateri AE aequale erit. Iam autem demonstrauius, BD aequale GE esse. Ergo linea BA aequalis est toti lineae GA , et crus AB cruri AG aequale. Q. n. e. d.



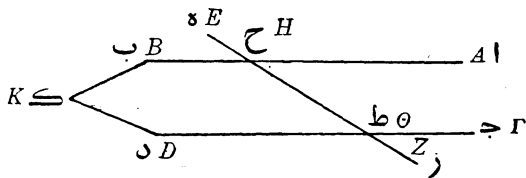
Propositio XXVII libri primi.

Si recta in duas rectas incidit ita, ut angulos alternos inter se aequales efficiat, rectae inter se parallelae erunt.

Exemplificatio. EZ in duas lineas AB, GD ita incidat, ut duos angulos alternos $AH\theta, H\theta D$ inter se aequales efficiat. Dico, lineas AB, GD inter se parallelas esse.

Demonstratio. Si inter se parallelae non sunt, ad alteram partem productae concurrent. Itaque ad partes B, D eas producimus, donec, si fieri potest, in puncto K concurrant. In triangulo igitur $H\theta K$ angulus $AH\theta$ extrinsecus positus maior erit angulo $H\theta K$ intra

posito, ita ut in I, 16 demonstrauius. Quod absurdum est, quia supposuimus,



*) Dicendum erat: quia $BDG = BEG$, erit $AEB = ADG$. Et BAG communis est, et $EB = DG$. Ergo ex I, 26 erit $AB = AG$. Quae sequuntur, idem alio modo demonstrant (quia $ABG = AGB$ et $GBE = BGD$, erit $AGD = ABE$. Et $\angle BAG$ communis est, et $EB = DG$ cet.).

زاوية $\overline{أحط}$ الخارجة من مثلث $\overline{حطك}$ اعظم من زاوية $\overline{حطك}$ الداخلة كما بين بيهان يو من ا وهذا خلف لان زاوية $\overline{أحط}$ فرضت مساوية لزاوية $\overline{حطد}$ فخطا $\overline{أب}$ $\overline{جد}$ ان اخرجنا في الجهتين جميعا لم يلتقيا ولو خرجا الى غير نهاية فهما متوازيان وذلك ما اردنا ان نبين .

15 u.

الشكل الثامن والعشرون من المقالة الاولى

اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين (ع) فصير الزاوية (ع) الخارجة مثل الداخلة التي تقابلها او صير (ع) الزاويتين اللتين في جهة واحدة الداخلتين معادلتين لقائمتين فان الخطين متوازيان (ط) مثاله ان خط $\overline{هز}$ وقع على خطي $\overline{أب}$ $\overline{جد}$ فصير $\overline{هح}$ $\overline{هط}$ الخارجة مثل زاوية $\overline{حطد}$ الداخلة التي تقابلها او صير مجموع زاويتي $\overline{بحط}$ $\overline{دطح}$ مساويا لمجموع زاويتين قائمتين فاقول ان خطي $\overline{أب}$ $\overline{جد}$ متوازيان برهانه ان زاوية $\overline{هح}$ $\overline{هط}$ مساوية لزاوية $\overline{حطد}$ ولكن زاوية $\overline{هح}$ $\overline{هط}$ مساوية لزاوية $\overline{أحط}$ وذلك بحسب بيهان يه من ا والمساوية لشي واحد فهي متساوية فزاوية $\overline{أحط}$ مساوية لزاوية $\overline{حطد}$ وهما المتبادلتان فبحسب بيهان كز من ا يكون خط $\overline{أب}$ موازيا لخط $\overline{جد}$. وايضا فليكن مجموع زاويتي $\overline{بحط}$ $\overline{دطح}$ الداخلتين اللتين في جهة واحدة مساويا لمجموع زاويتين قائمتين فاقول ان خط $\overline{أب}$ مواز لخط $\overline{جد}$ برهانه ان [مجموع زاويتي $\overline{بحط}$ $\overline{دطح}$ معادلتان لقائمتين وكذلك بحسب بيهان يه من ا يكون مجموع زاويتي $\overline{أحط}$ $\overline{حطد}$ معادلتين لزاويتين قائمتين فزاويتا $\overline{أحط}$ $\overline{حطد}$ مثل زاويتي $\overline{بحط}$ $\overline{دطح}$ فنسقط زاوية $\overline{بحط}$ المشتركة فتبقى زاويتا

angulum $AH\theta$ angulo $H\theta D$ aequalem esse. Itaque duae lineae AB , GD non concurrunt, si ad utramque partem simul producantur, etiamsi in infinitum producantur. Ergo parallelae sunt. Q. n. e. d.

Propositio XXVIII libri primi.

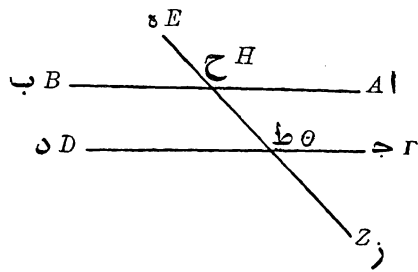
Si recta in duas rectas incidat ita, ut uel angulum exteriorem angulo interiori et opposito aequalem uel angulos interiores ad eandem partem positos duobus rectis aequales efficiat, lineae inter se parallelae erunt.

Exemplificatio. Linea EZ in duas lineas AB , GD ita incidat, ut angulum EHB exteriorem angulo $H\theta D$ interiori et opposito aequalem uel summam angulorum $BH\theta$, $D\theta H$ summae duorum angulorum rectorum aequalem efficiat. Dico, lineas AB , GD inter se parallelas esse.

Demonstratio. Angulus EHB angulo $H\theta D$ aequalis est. Sed angulus EHB ex I, 15 angulo $AH\theta$ aequalis est. Et quae eidem aequalia sunt, inter se sunt aequalia; itaque angulus $AH\theta$ angulo $H\theta D$ aequalis erit. Sunt autem alterni. Ergo ex I, 27 linea AB lineae GD parallela est.

Rursus summa duorum angulorum interiorum ad eandem partem positorum $BH\theta$, $H\theta D$ summae duorum rectorum aequalis sit. Dico, lineam AB lineae GD parallelam esse.

Demonstratio. Summa duorum angulorum $BH\theta$, $H\theta D$ duobus rectis aequalis est, et ex I, 13 summa duorum angulorum $AH\theta$, $BH\theta$ et ipsa duobus rectis aequalis est. Quare $\angle AH\theta + BH\theta = \angle BH\theta + H\theta D$. Subtracto angulo communi $BH\theta$ relinquuntur anguli $AH\theta$, $H\theta D$ aequales. Sunt autem alterni. Ergo linea AB lineae GD parallela est. Q. n. e. d.



أحط ح ط د المتبادلتان مساويتين فخط أب مواز لخط جد وذلك ما اردنا ان نبين .: مقدمات¹ واشكال² يُحتاج اليها في الشكل التاسع والعشرين من المقالة الاولى لسنبليقيوس واغانيس ان المقدمة¹ المستعملة في برهان الشكل التاسع والعشرين من المقالة الاولى وهي ان كل خطين يخرجان على اقل من زاويتين قائمتين فانهما يلتقيان ليست من القضايا المقبولة قال سنبلقيوس في ذلك ان هذه المصادرة ليست بظاهرة كل ذلك لكنه قد احتج فيها الى بيان بالخطوط حتى ان ابطينياطوس وذيودرس بيّناه باشكال كثيرة مختلفة وبطلميوس ايضا قد عمل بيانه والبرهان عليه واستعمل في ذلك الشكل الثالث عشر والخامس عشر والسادس عشر من المقالة الاولى من الاسطقسات وذلك ليس بمنكر لان اوقليدس انما استعمل هذه المصادرة في الشكل التاسع والعشرين من هذه المقالة وقد كان هذا المعنى في نفسه ايضا مستحقا للنظر والقول فيه وان نبين انه كما ان الخطين اذا أُخرجَا على زاويتين قائمتين كانا متوازيين كذلك اذا اخرجَا على اقل من زاويتين قائمتين كانا متلاقيين .: فاما اغانيس صاحبنا فانه لم ير ان يتقدم فيستعمل هذا المعنى على انه مصادرة اذ كان يُحتاج الى برهان² لكنه استعمل اشكالا آخر مكان الاشكال التي في الاسطقسات حتى برهن الشكل التاسع والعشرين من غير ان جعل هذا المعنى مصادرة ثم برهن هذه المصادرة بعد

¹) In margine: القضية

²) In codice: اليها (in correctum) الى هان

Prolegomena et propositiones, quae Simplicio et Gemino auctoribus in propositione XXIX libri primi opus sunt. Enuntiatio praemissa*), quae est: »duae lineae quaelibet, quae ad angulos duobus rectis minores ducuntur, concurrent«, id quod in prop. XXIX libri primi adhibetur, sententiis adceptis adnumerari non potest**).

Simplicius de hac re dixit, hoc postulatum non prorsus manifestum esse, sed ei explicatione per lineas opus esse, ideoque iam Abthiniatum¹⁾ et Diodorum multis uariisque modis id demonstrasse, et Ptolemaeum***) quoque explicasse et demonstrasse et in hac re propositiones XIII, XV, XVI libri primi Elementorum adhibuisse†). Nec hoc ideo improbandum, quod Euclides in sola prop. XXIX huius libri hoc postulato usus est††). Et per se quoque haec notio digna erat, quae examinaretur et exponeretur, etiamsi demonstratum esset, lineas duas, sicut ad duos rectos angulos ductae parallelae sint, ita ad angulos duobus rectis minores ductas concurrere.

Quod ad Geminum magistrum nostrum attinet, is non concedit, hanc notionem per se intellegi posse, ita ut tamquam postulatum usurpari possit, quoniam demonstratione egeat. Sed pro propositionibus, quae in Elementis sunt, aliis usus est propositionibus, ita ut propositionem XXIX demonstraret hac notione

*) Postulatum 5.

**) Cfr. Proclus p. 193, 1 sq., p. 364, 13 sq.

1) Cfr. p. 25. Mea culpa factum est, ut Henricus Suter u. d. (Zeit. für Math. und Physik, 1893 p. 149, n.) jure miraretur, quod l. l. »s Arabicum litteris« ni« transscripsi. Iam ibi adnotare debui, signum ω imaginem modo scripturae codicis efficere, et scriptorem codicis aperte uerbum non intellexisse. Hic uerbum multo melius scripsit; et nunc credo et hic et l. l. Abthiniathus legendum esse.

***) Proclus p. 191, 23; p. 365, 5 sq.

†) Cfr. Proclus p. 365, 10: *πολλὰ προλαβῶν τῶν μέχρι τοῦδε τοῦ θεωρήματος ἐπὶ τοῦ στοιχειωτοῦ προαποδειγμένων*. Ceterum in demonstrationibus Ptolemaei a Proclo p. 365 adlatis solae propp. XIII (p. 367, 21) et XVI (p. 367, 23) usurpantur.

††) Cfr. Proclus p. 364, 13 (ad prop. XXIX): *ἐν δὲ τούτῳ τῷ θεωρήματι πρῶτον ὁ στοιχειωτὴς ἐχρήσατο τούτῳ τῶν αἰτημάτων*.

ذلك بمذاهب وسُبل هندسية وهذا كلامه بالفاظه قال اغانيس
 ومن اجل انا كنا قصدنا ان نبين ان المصادر على ان الخطين
 اللذين يخرجان على اقل من زاويتين قائمتين يلتقيان قد تصح
 ببرهان هندسي ان كان فيها طعن يطعن به قديماً على
 المهندسين ويقال لهم انكم تطلبون ان يسلم لكم ما ليس ببيّن
 فتبيّنون به الاشياء الأخر فانا نفعل ذلك ولعل هذا المعنى عظيم
 16 r. جليل القدر وانا ارى انه لا يحتاج الى كلام طويل ولا ذى فنون
 فاقول انا حددنا الخطوط المتوازية بان قلنا انها التى فى سطح
 واحد واذا اخرجت اخرجاً دائماً غير متناهٍ فى الجهتين جميعاً
 كان البعد بينهما ابداً بعداً واحداً والبعد بينهما هو اقصر خط
 يصل بينهما كما قيل ذلك ايضاً فى الابعاد الأخر فينبغى ان تزداد
 هذه الاشكال فى المقالة الاولى من (كتاب الاولى من) ¹⁾ كتاب
 الاصول بعد الشكل السادس والعشرين حتى يصير هذا الشكل
 السابع والعشرين وهو اذا كان خطان مستقيماً [ن] متوازيين فان
 البعد بينهما هو عمود على كل واحد منهما مثاله انا نفرض خطين
 متوازيين وهما اب جد وليكن البعد بينهما هز فاقول ان خط هز
 عمود على كل واحد من خطى اب جد برهانه انه ان لم يكن
 عموداً عليهما فلتكن الزاويتان المتان عند نقطة ه ليستا
 بقائمتين ولتكن الحادة منهما زاوية [زه] ولتخرج من نقطة ز عموداً
 على خط اب وهو زح وذلك انه يقع فى جهة ا فبحسب برهان يط
 من ا يكون زه اطول من زح وقد كان زه فرض اقصر خط

¹⁾ Verba prae addita.

pro postulato non usus, postea uero hoc postulatum mathematica ratione et more demonstrauit. Haec sunt ipsa eius uerba:

Geminus dixit: Quoniam nobis propositum est, ut demonstremus ratione geometrica constare postulatum, quod est: »duae lineae, quae ad eam partem producantur, ubi anguli duobus rectis minores sunt, concurrent« (est enim inter ea, quae homines iam antiquitus geometris obiectauerunt dicentes: uultis, res non demonstratas uobis ita constare, ut per eas alia demonstretis), hoc faciemus. Notio illa quidem grauior est magnique momenti; sed tamen crediderim neque longiore explicatione eam egere neque artificii opus esse.

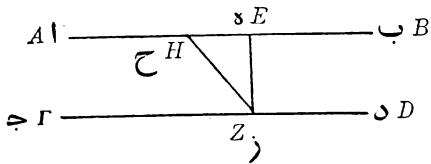
Dico, nos lineas parallelas definiuisse dicentes, eas in eodem plano positas esse, et distantiam inter eas, si in utramque partem semper in infinitum producantur, semper eandem manere¹⁾, et eam esse breuissimam lineam inter eas ductam eodem modo, quo hoc de aliis quoque distantis dicitur²⁾.

Tum in libro primo Elementorum post propositionem uigesimam sextam hae propositiones addendae sunt, ita ut fiat uigesima septima propositio, quae est:

Si duae rectae parallelae sunt, distantia inter eas perpendicularis est ad utramque³⁾.

Exemplificatio. Supponimus duas lineas AB , GD parallelas. Et distantia inter eas sit EZ . Dico, lineam EZ ad utramque lineam AB , GD perpendicularem esse.

Demonstratio. Si ad eas perpendicularis non est, duo anguli ad punctum E duo recti non sunt. Iam angulus $[ZE]A$ acutus sit, et a puncto Z ducamus ZH ad lineam AB perpendicularem; ea igitur ad partes A uersus cadit. Et ex I, 19 longior est ZE



¹⁾ Cfr. p. 9.

²⁾ Cfr. p. 11.

³⁾ Cfr. p. 9.

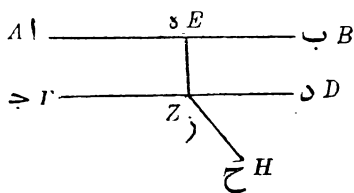
مستقيم يقع بين خطى $\overline{أب}$ $\overline{جـد}$ هذا خلف فاذن خط $\overline{هـز}$ عمود على كل واحد من خطى $\overline{أب}$ $\overline{جـد}$ وذلك ما اردنا ان نبين :
 شكل ثانٍ لإغانيس اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين فكان عموداً على كل واحد منهما فان الخطين متوازيان والعمود هو البعد الذى بينهما مثاله ان خطى $\overline{أب}$ $\overline{جـد}$ قد وقع عليهما خط $\overline{هـز}$ فاحاط مع كل واحد منهما بزائيتين قائمتين فاقول ان خطى $\overline{أب}$ $\overline{جـد}$ متوازيان وان خط $\overline{هـز}$ هو البعد بينهما برهانه انهما ان لم يكونا متوازيين فانا نُجيز على نقطة $\overline{ز}$ خطاً موازياً لخط $\overline{أب}$ وليكن ان امكن خط $\overline{زح}$ وننزل ان الخط الموازى لخط $\overline{أب}$ هو خط $\overline{زح}$ فخط $\overline{هـز}$ اذن يجب ان يكون البعد بين خط $\overline{أب}$ وخط $\overline{زح}$ لانه اقصر الخطوط التى تخرج من نقطة $\overline{ز}$ الى خط $\overline{أب}$ فزاوية $\overline{حز}$ قائمة وذلك بحسب برهان الشكل المتقدم ولكن زاوية $\overline{دز}$ فرضت قائمة هذا خلف فاذن خطا $\overline{أب}$ $\overline{جـد}$ متوازيان وخط $\overline{هـز}$ هو البعد بينهما وذلك ما اردنا ان نبين :
 شكل ثالث لإغانيس الخط المستقيم الخارج على الخطوط المتوازية يصير الزوايا المتبادلة متساوية ويصير الزاوية الخارجة مساوية للزاوية الداخلة المقابلة لها ويصير الزائيتين اللتين فى جهة واحدة مساويتين لجموع زائيتين قائمتين مثاله انا نُخرج على خطى $\overline{أب}$ $\overline{جـد}$ المتوازيين خطاً مستقيماً عليه $\overline{هـز}$ فاقول ان الزوايا التى حدثت على ما حددنا برهانه انا نُخرج من كل واحد من نقطتى $\overline{هـز}$ البعد الذى بين خطى $\overline{أب}$ $\overline{جـد}$ وهما خطا $\overline{هـط}$ $\overline{زك}$ فتكون الارباع الزوايا التى حدثت عنهما قائمة فخط $\overline{هـط}$ مواز لخط $\overline{كز}$ وذلك بحسب برهان الشكل

quam ZH . Supposuimus autem, ZE breuissimam esse lineam rectam, quae inter duas lineas AB , GD cadat. Quod absurdum est. Ergo linea EZ ad utramque lineam AB , GD perpendicularis est. Q. n. e. d.

Propositio secunda Gemini. Si linea recta in duas lineas rectas ita cadit, ut ad utramque perpendicularis sit, lineae parallelae erunt, et linea perpendicularis distantia inter eas erit.

Exemplificatio. In duas lineas AB , GD linea EZ ita cadit, ut cum utraque angulum rectum comprehendat. Dico, duas lineas AB , GD inter se parallelas et lineam EZ distantiam inter eas esse.

Demonstratio. Si inter se parallelae non sunt, per punctum Z lineam lineae AB parallelam ducimus, quae, si fieri potest, sit linea ZH . Supponimus igitur, lineam lineae AB parallelam esse ZH . Itaque necesse est, lineam EZ distantiam esse inter lineas AB et ZH , quia breuissima est linea, quae a puncto Z ad lineam AB duci possit. Angulus igitur HZE ex propositione praecedenti rectus



erit; supposuimus autem, $\angle DZE$ rectum esse. Quod absurdum est. Ergo duae lineae AB , GD inter se parallelae sunt, et linea ZE distantia est inter eas. Q. n. e. d.

Propositio tertia Gemini. Si linea recta in lineas inter se parallelas ducitur, anguli alterni inter se aequales fiunt, et angulus exterior angulo interiori et opposito fit aequalis, et praeterea efficitur, ut anguli ad eandem partem positi duobus rectis aequales fiant.

Exemplificatio. In duas lineas AB , GD inter se parallelas lineam rectam EZ ducimus. Dico, angulos, qui existant, se habere ita, ut dictum sit.

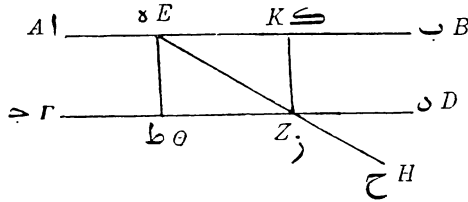
Demonstratio. Ab utroque puncto E , Z distantias inter duas lineas AB , GD ducimus, scilicet $E\Theta$, ZK , ita ut quattuor

المتقدّم وخط $\overline{هك}$ موازٍ لخط $\overline{طرز}$ وخط $\overline{هط}$ $\overline{كز}$ ¹⁾ هما البعد بينهما
فهما إذاً متساويان ومن اجل ان خط $\overline{طرز}$ مساوٍ لخط $\overline{هك}$ وخط $\overline{هط}$
مساوٍ لخط $\overline{زك}$ وهذه الخطوط تحيط بزوايا متساوية فان المثلثين
متساويان وباقي الزوايا مساوية لباقي الزوايا فزاوية $\overline{طرز}$ مساوية
لزواوية $\overline{زهك}$ وهما متبادلتان ولتكن زاوية $\overline{طرز}$ مساوية لزاوية $\overline{حزد}$ 16 u.
لانهما على التقاطع وذلك بحسب برهان يه من ا فزاوية $\overline{زهك}$
مساوية لزاوية $\overline{حزد}$ الخارجة للداخلة المقابلة لها وايضاً فمن اجل
ما بيّننا ان الزوايا المتبادلة متساوية فانا نزيد زاوية $\overline{دز}$ مشتركة
فتكون زاويتنا $\overline{طرز}$ $\overline{هز}$ اللتين هما مساويتان لقائمتين مساويتين
لزوايتي $\overline{كهز}$ $\overline{دز}$ فاذن الزاويتان اللتان في جهة واحدة مساويتان
لقائمتين وذلك ما اردنا ان نبيّن : شكل رابع لاغانيس اذا
أخرج خط مستقيم على خطين مستقيمين فكانت الزاويتان
المتبادلتان اللتان احاط بهما مع الخطين متساويتين او كانت
الزاوية الخارجة مساوية للزاوية الداخلة المقابلة لها او كانت
الزاويتان الداخلتان اللتان في جهة واحدة مساويتين لقائمتين
فان الخطين متوازيان مثاله ان خطي $\overline{اب}$ $\overline{جد}$ وقع عليهما خط $\overline{هز}$
فاحاط معهما [بزوايا] على ما حددنا فاقول ان خطي $\overline{اب}$ $\overline{جد}$
متوازيان : برهانه انه ان كان خط $\overline{هز}$ عموداً فظاهر ان خطي
 $\overline{اب}$ $\overline{جد}$ متوازيان لما قيل في الشكل الثاني من هذه الاشكال
الزائدة وان لم يكن خط $\overline{هز}$ عموداً فانا نُخرج من نقطة $\overline{ه}$ الى

¹⁾ In codice: $\overline{هك}$ $\overline{طرز}$

anguli, qui ad eos existunt, recti fiant. Linea $E\Theta$ igitur lineae KZ parallela erit, quod ex propositione praecedenti sequitur. Est autem linea EK lineae ΘZ parallela; et duae lineae $E\Theta$, KZ distantiae inter illas sunt; itaque inter se aequales sunt. Quoniam igitur $\Theta Z = EK$ et $E\Theta = ZK$, et hae lineae angulos inter se aequales comprehendunt, duo trianguli inter se aequales erunt, et anguli reliqui angulis reliquis aequales erunt. Ergo angulus ΘZE angulo ZEK aequalis est, qui alterni sunt. Et angulus ΘZE ex I, 15 angulo HZD aequalis est, quoniam ad sectionem linearum positi sunt. Ergo angulus ZEK angulo HZD aequalis, exterior interiori et opposito aequalis. Rursus quoniam iam demonstrauius, angulos alternos inter se aequales esse, communi addito

angulo DZE anguli ΘZE , EZD , qui duobus rectis aequales sunt, angulis KEZ , DZE aequales sunt. Ergo duo anguli, qui ad eandem partem positi sunt, duobus rectis aequales sunt. Q. n. e. d.



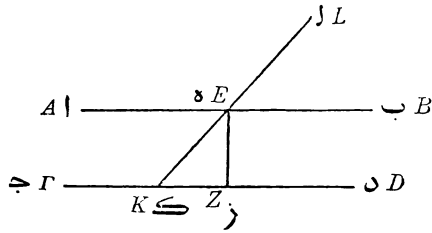
Propositio quarta Gemini. Si linea recta ad duas lineas rectas ducitur ita, ut aut duo anguli alterni, quos illa cum duabus lineis comprehendit, inter se aequales sint, aut angulus exterior angulo interiori et opposito aequalis sit, aut duo anguli interiores ad eandem partem positi duobus rectis aequales sint, duae illae lineae inter se parallelae erunt.

Exemplificatio. In duas lineas AB , GD linea EZ ita cadit, ut cum iis angulos eius modi, quales descripsimus, comprehendat. Dico, duas lineas AB , GD inter se parallelas esse.

Demonstratio. Si linea EZ [ad utramque] perpendicularis est, ex eo, quod in propositione secunda propositionum additarum dictum est, manifestum erit, duas lineas AB , GD

خط $\overline{ج د}$ عمود $\overline{ه ك}$ فان كانت زاوية $\overline{ه}$ قائمة فظاهر ايضاً ان خطي $\overline{ا ب}$ $\overline{ج د}$ متوازيان لما قيل في الشكل الثاني من هذه الاشكال الزائدة وان لم تكن زاوية $\overline{ه}$ قائمة فانا نخرج من نقطة $\overline{ه}$ عموداً على خط $\overline{ه ك}$ كما بين ببرهان يا من ا وليكن عمود $\overline{ه ل}$ فيكون خطا $\overline{ه ل}$ $\overline{ج د}$ متوازيين فزاويتاهما المتبادلتان متساويتان وذلك كما بين في الشكل الثالث من هذه الاشكال الزائدة فاذن كل واحدة من زاويتي $\overline{ز ه ب}$ $\overline{ز ه ل}$ مساوية لزاوية $\overline{ج ز ه}$ وذلك غير ممكن فخطا $\overline{ا ب}$ $\overline{ج د}$ متوازيان وذلك ما اردنا ان نبين وبحسب اوضاع اغانيس فانه قال ويصير الشكل الحادي والثلاثون نريد ان نخرج من نقطة مفروضة خطاً موازياً لخط مفروض والشكل الثاني والثلاثون السطوح المتوازية الاضلاع اضلاعها المتقابلة متساوية والشكل الثالث والثلاثون الخطوط الموازية لخط واحد هي متوازية والربع أو الثلاثون الخطوط المستقيمة التي تصل بين الخطوط المتساوية المتوازية هي متساوية متوازية والخامس والثلاثون اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين فكانت الزاويتان الداخلتان اللتان في جهة واحدة اصغر من قائمتين فان الخطين اذا اخرجنا في جهة الزاويتين التين هما اقل من قائمتين التقيا مثاله ان خطي $\overline{ا ب}$ $\overline{ج د}$ المستقيمين وقع عليهما خط $\overline{ه ز}$ المستقيم فصارت الزاويتان اللتان في جهة $\overline{ب د}$ اصغر من قائمتين فاقول ان خطي $\overline{ا ب}$ $\overline{ج د}$ يلتقيان في تلك الجهة برهانه انا نُجيز على نقطة $\overline{ز}$ خطاً موازياً لخط $\overline{ا ب}$ كما بين اخراجه ببرهان اوتليدس في لا من ا وليكن خط $\overline{ز ح}$ ونُخرج البعد بينهما بحسب برهان يا من ا

inter se parallelas esse. Sin linea EZ perpendicularis non est, a puncto E ad lineam GD lineam EK perpendicularem ducimus. Iam si angulus E rectus est, sic quoque ex eo, quod in propositione secunda propositionum additarum dictum est, manifestum, duas lineas AB , GD inter se parallelas esse. Sin angulus E rectus non est, a puncto E ad lineam GD lineam perpendicularem ducimus, ita ut in I, 11 demonstratum est, quae sit EL . Quare duae lineae EL , GD inter se parallelae et anguli alterni inter se aequales erunt, sicut in propositione tertia propositionum additarum demonstratum est. Itaque uterque angulus ZEB , ZEL angulo GZE aequalis est. Quod fieri non potest. Ergo duae lineae AB , GD inter se parallelae sunt. Q. n. e. d.



His rationibus Geminus dicit ostendi etiam propositiones XXXI*) (a puncto dato linea datae lineae parallela ducenda est) et XXXII (in spatiis, quorum latera parallela sunt, latera inter se opposita aequalia sunt) et XXXIII (lineae eidem lineae parallelae inter se parallelae sunt) et XXXIV (lineae rectae, quae lineas inter se aequales et parallelas coniungunt, inter se aequales et parallelae sunt) et XXXV (si linea recta in duas lineas rectas ita incidit, ut anguli interiores, qui ad eandem partem positi sunt, duobus rectis minores sint, duae illae lineae in eam partem productae, in qua duo anguli duobus rectis minores positi sunt, concurrent).

Exemplificatio. In duas lineas rectas AB , GD recta linea EZ ita incidit, ut duo anguli ad partes B , D positi duobus rectis

*) Scilicet ex dispositione Gemini, qui post Euclidis prop. XXVI quattuor illas propositiones interposuit (u. supra p. 121). Propositiones XXXI—XXXIV Gemini apud Euclidem sunt XXXI. XXXIV. XXX. XXXIII.

وهو خط زه ونفرض على خط زد نقطة كيف ما وقعت ولتكن
 نقطة ط ونُخرج من نقطة ط عمودًا على خط زه كما بيّن ببرهان¹⁷ ر.
 يا من ا وليكن خط طى ونقسم خط زه بنصفين كما بيّن
 ببرهان ي من ا ونقسم ايضا نصفه بنصفين و لا نزال نفعل ذلك
 دائمًا حتى تقع القسمة دون نقطة ي فلتقع القسمة على نقطة م
 فين البيّن ان نقطة م يقع على قسم يُنطق به من خط هز
 فلننزل ان القسم الذى يقع دون نقطة ي هو ربع زه مثلاً ولنُجْز
 على نقطة م خطًا موازيًا لخطى زح اب وهو خط من كما بيّن
 ببرهان لا من ا ونخرج خط زد اخراجًا غير محدود ونجعل فى زق
 من اضعاى زن كاضعاى هز لمقدار زم وهو اربعة اضعاى فاقول ان
 خطى اب جد يلتقيان على نقطة ق ببرهان ذلك انا نفصل من
 خط زق خطا مساويا لخط زن كما بيّن ببرهان ج من ا وليكن
 خط نس ونخرج على نقطة س خطا موازيا لخط زه وهو خط س ش
 ونخرج خط من الى نقطة ع فيكون مثلثا زم ن س ع ضلعان من
 اضلاعهما متساويان وهما زن [ن]س وزاوية زن م مساوية لزاوية
 ع ن س وذلك بيّن ببرهان يه من ا وبرهان الشكل الثالث
 الموضوع من اوضاع اغانيس من هذه المقدمات تكون زاوية
 م زن مساوية لزاوية ن س ع لانهما المتبادلتان فبحسب برهان كو
 من ا يكون باقى الاضلاع مثل باقى الاضلاع كل ضلع مساو
 لنظيره والزاوية الخارجة مساوية للزاوية الباقية فضع زم مثل ضلع
 س ع وضع ع ش مثل ضلع زم لانه مقابل له فى سطح متوازي
 الاضلاع فخط س ش ضعف خط زم فان اخرجنا من نقطة ق خطا

minores sint. Dico, duas lineas AB , GD in hanc partem concurrere.

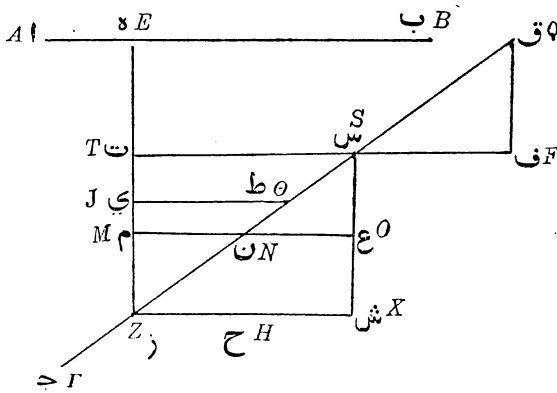
Demonstratio. Per punctum Z lineam lineae AB parallelam ducimus ita, ut Euclides in I. 31 demonstravit, quae linea sit ZH . Et ex I, 11 distantiam inter eas lineam ZE ducimus. In linea ZD punctum quodlibet datum sit Θ , et a puncto Θ ex I, 11 lineam ΘI ad lineam ZE perpendicularem ducimus. Linea ZE ex I, 10 in duas partes aequales diuisa rursus partem dimidiam in duas partes aequales diuidimus, et hoc semper deinceps facimus, donec punctum diuisionis infra punctum I cadat. Cadat hoc punctum in puncto M . Itaque manifestum est, punctum M in partem rationalem lineae EZ cadere. Supponamus partem, quae infra I cadat, esse ut partem quartam, et ex I, 31 per punctum M lineam MN lineis ZH , AB parallelam ducamus. Linea ZD in infinitum producta ZQ in partes aequales lineae ZN diuidimus eodem modo, quo lineam EZ in partes lineae ZM aequales diuisimus, quae sunt partes quattuor. Dico, lineas AB , GD in punctum Q concurrere.

Demonstratio. A linea ZQ ex I, 3 linea NS lineae ZN aequali abscisa per punctum S lineae ZE parallelam ducimus SX et lineam MN ad punctum O producimus. Itaque in duobus triangulis ZNM , NSO duo latera ZN , $[N]S$ inter se aequalia sunt. Est autem angulus ZNM angulo ONS aequalis, quod in I, 15 demonstratum est. Et ex propositione tertia a Gemino in prolegomenis suis supra*) exposita angulus MZN angulo NSO aequalis est, quia anguli alterni sunt. Itaque ex I, 26 reliqua latera reliquis lateribus, alterum alteri, aequalia sunt, et angulus extrinsecus positus [scr. reliquus] angulo reliquo aequalis; quare $ZM = SO$. Uerum OX lateri ZM aequale est, quia in spatio, cuius latera parallela sunt, ei oppositum est; linea SX igitur linea ZM duplo maior est. Iam a puncto Q lineam duabus lineis EZ , SX parallelam ducimus, et per punctum S lineam TS in directum

*) P. 123.

موازيًا لخطي $\overline{هز}$ $\overline{سش}$ واجزنا على نقطة $\overline{س}$ خط $\overline{تس}$ على استقامة
يوازي خط $\overline{اب}$ ويلقى الخط الخارج من نقطة $\overline{ق}$ الموازي لخط $\overline{هز}$
فبين انه نفصل منه خطًا مساويًا لخط $\overline{زت}$ فلنخرجهُ وليكن خط
 $\overline{فق}$ فيكون خط $\overline{فق}$ مساويًا لخط $\overline{تزلان}$ $\overline{سق}$ مثل $\overline{سز}$ وزاوية
 $\overline{تسز}$ مثل زاوية $\overline{قسف}$ وزاوية $\overline{قسف}$ مثل زاوية $\overline{تسز}$ المتبادلتنان
فبحسب بهرهان كو من ا يكون $\overline{فق}$ مثل $\overline{زت}$ لكن $\overline{زت}$ مثل
 $\overline{ته}$ فخط $\overline{فق}$ مثل $\overline{ته}$ فخط $\overline{اهب}$ يلقي خط $\overline{فق}$ على نقطة $\overline{ق}$
وذلك بحسب ما رتب اغانيس في موضع الشكل الذي يقول ان
الخطوط التي تصل بين اطراف الخطوط المتساوية المتوازية هي
متوازية متساوية فقد تبين انه اذا وقع خط مستقيم على خطين
مستقيمين فكانت الزاويتان الداخلتان اللتان في جهة واحدة
اقل من زاويتين قائمتين فان الخطين اذا اخرجا في جهة الزاويتين
اللتين هما اقل من قائمتين التقيا وذلك ما اردنا ان نبين .
كل ما وصّفه في هذا الشكل وفي مقدماته التي قدّمها فهي
مقبولة قبول اصطرار بحسب مصادرة المقالة الاولى وبحسب الاشكال
التي رتبها اغانيس من الاشكال التي زادها من عنده مع
اشكال اوقليدس وليس في شي مما اتى به موضع للطعن بته
قال سنبلقيوس فهذا كلام اغانيس بالفاظه ولعدّ اوقليدس انما 17 u.
استعمل هذا المعنى في المصادرات على انه اقرب ماخذًا من هذا
الماخذ وذلك انه ان كانت الخطوط المتوازية هي التي في سطح
واحد واذا اخرجت في الجهتين جميعًا اخرجًا دائميًا كان البعد
بينهما ابدًا متساويًا فان هذا القول اذا عكس كان عكسه حقًا

producimus, quae parallela erit lineae AB et lineam a puncto Q lineae EZ parallelam ductam secat. Demonstratum est igitur, ab ea lineam lineae ZT aequalem abscisam esse. Eam duca-
mus, sitque linea FQ . Linea enim FQ lineae TZ aequalis est, quia $SQ = SZ$, $\angle TSZ = \angle QSF$ et $\angle FQS$ angulo TZS aequalis, quia anguli alterni sunt. Itaque ex I, 26 est $FQ = ZT$. Uerum $ZT = TE$; quare $FQ = TE$, et linea AEB in puncto Q cum linea FQ concurrat. Hoc enim ex dispositione Gemini ex ea propositione sequitur, quae est: lineae, quae terminos linearum inter se



aequalium et parallelarum conjungunt, et ipsae inter se parallelae et aequales sunt. *) Ergo iam demonstratum est, si recta in duas rectas ita incidat, ut anguli

interiores ad eandem partem positi duobus rectis minores sint, duas illas rectas in eam partem productas, ubi anguli duobus rectis minores positi sint, concurrere. Q. n. e. d.

Omnia, quae scripsit in hac propositione et in iis, quae praemittuntur, omnino probanda sunt ex initio libri primi et ex propositionibus, quas Geminus disposuit de suo adiectas una cum propositionibus Euclidis, nec in iis, quae exposuit, locus obloquendi ullus omnino relictus est.

Simplicius dixit: Haec uerba ipsa Gemini. Fortasse autem Euclides hanc notionem ideo tantum inter postulata posuit, quod a principiis propius abest quam illa. Si enim parallelae lineae eae sunt, quae in eodem plano po-

*) Gemini prop. XXXIV (supra p. 127.) = Eucl. I, 33.

وهو ان الخطوط التى فى سطح واحد اذا لم يكن البعد بينهما متساويًا فليست متوازيّةً واذا لم تكن متوازيّةً فهى متلاقيّة فان اوقليدس استعمل هذا المعنى فى هذا الشكل كأنها من القضايا الواجب قبولها والخطوط التى تخرج على اقل من زاويتين قائمتين ليس تحفظ بُعدًا واحدًا فهى اذن متلاقيّة وظاهر ان تلاقيها تكون فى جهة ميل احدهما الى الاخر فان الجهة الاخرى ينفرجان فيها ويتسعان ويتزيّد البعد بينهما ولكن من اجل ان القول بان الخطين اذا لم يكونا متوازيين فهما يلتقيان يحتاج الى [ان] يُقوّسى ويُبيّن وايضًا لانّ قطوع الخروطات ليست متوازيّة وهى لا يلتقى ذكر اغاڤيس تلك المقدّمة واستعمل هذه الاشكال وايضًا فان هذا [المعنى] هو عكس الشكل الذى يقال فيه ان الخطين المستقيمين اللذين اذا وقع عليهما خط مستقيم كانت الزاويتان الداخلتان معادلتين لقائمتين فهما متوازيان فاذا كان هذا الشكل قد بين ببرهان فهذا المعنى ايضًا يحتاج [الى] ان يُبيّن ببرهان فقد احضرنا كل شى يمكن ان يقال فى الخطوط المتوازيّة وصحّ الامر فيها :

الشكل التاسع والعشرون من المقالة الاولى¹⁾

اذا اخرج²⁾ خط (ع) مستقيم على خطين مستقيمين متوازيين فان الزاويتين المتبادلتين متساويتان (ط) والزاويتان (ط) الخارجة والداخلة

¹⁾ In margine: هذا عكس السابع والثامن والعشرين: Inuersio est propositionum XXVII et XXVIII.

²⁾ In margine: وقع: incidit.

sitae sunt, et quarum distantia, si simul in utramque partem in infinitum producantur, semper eadem manet, etiam contrarium hac definitione conuersa constabit, si distantia duarum linearum in eodem plano positarum eadem non maneat, eas inter se parallelas non esse et ideo concurrere. Et Euclides in hac propositione hac notione usus est ut ad eas pertinenti, quæ necessario admittendae sunt: lineae, quae ad minus quam duos rectos ducuntur, eandem distantiam non seruant et ideo concurrunt. et adparet, concursum earum ad eam partem uersus fieri, ubi altera ad alteram inclinatur, ad alteram uero partem eas inter se longius discedere et remoueri, distantiamque augeri. Sed quoniam enuntiatio illa, duas rectas, si parallelae non sint, concurrere, confirmari et demonstrari debet, et etiam quia [asymptotae et] conic sectiones*) nec inter se parallelae sunt nec concurrunt, Geminus haec praemisit et has propositiones exposuit. Ceterum haec notio conuersio est eius propositionis, quae dicit, si duae rectae a recta ita secantur, ut anguli interiores duobus rectis aequales sint, rectas illas parallelas esse, et quoniam illa propositio demonstratione confirmata est, etiam haec notio demonstratione confirmanda est. Iam omnia exposuimus, quae de lineis parallelis dici possunt, et quae ad eas pertinent, accurate explicata sunt.

Propositio XXIX libri primi.

Si linea recta in duas lineas rectas inter se parallelas ducitur, duo anguli alterni inter se aequales sunt, et anguli oppositi, exterior et interior, inter se aequales sunt, et summa duorum angulorum interiorum ad alterutram partem positurum duobus rectis aequalis est.

Exemplificatio. Duae lineae AB , GD inter se parallelae sunt, et in eas ducta est linea recta ZE . Dico, duos angulos alternos $AH\theta$, $H\theta D$ inter se aequales esse, et duos angulos

*) Cfr. Proclus p. 177, 15 sq.

التي تُقابلها متساويتان والزائيتان (ط) الداخلتان في اى الجهتين
كانتا فان مجموعهما يعدل مجموع زاويتين قائمتين مثاله ان
خطى \overline{AB} جد متوازيان وقد اُخرج عليهما خط مستقيم وهو \overline{Z}
فاقول ان زاويتي \overline{ACH} \overline{HCD} المتبادلتين متساويتان وان زاويتي
 \overline{HCB} \overline{HCD} الخارجة والداخلة المتقابلتين متساويتان وان مجموع
زاويتي \overline{BCH} \overline{HCD} الداخلتين اللتين في جهة واحدة معادلتن
لمجموع زاويتين قائمتين برهانه انا نبين اولاً ان زاوية \overline{ACH}
مساوية لزاوية \overline{HCD} المتبادلتين فان لم يكن مثلها فاحداهما
اعظم فلتكن زاوية \overline{ACH} اعظم ان كان يمكن ونجعل زاوية
 \overline{BCH} مشتركة فمجموع زاويتي \overline{ACH} \overline{BCH} اعظم من مجموع
زاويتي \overline{BCH} \overline{HCD} لكن بحسب برهان \overline{BC} من ا يكون مجموع
زاويتي \overline{ACH} \overline{BCH} مثل زاويتين قائمتين فمجموع زاويتي \overline{BCH}
 \overline{HCD} اصغر من مجموع زاويتين قائمتين لكن بحسب ما صادر
به اوقليدس¹ وبحسب ما برهن عليه اغانيس في الاشكال المتقدمه
انه اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين فكانت الزاويتان
الداخلتان اللتان في جهة واحدة اقل من قائمتين فان الخطين
اذا اخرجا في جهة الزاويتين اللتين هما اقل من قائمتين التقيا
فخطا \overline{AB} \overline{CD} اذن يلتقيان في جهة نقطتي \overline{BD} وهما متوازيان فهذا
حال غير ممكن فليس يمكن ان تكون زاوية (زاوية) \overline{ACH}
اعظم من زاوية \overline{HCD} ولا اصغر منها فهي اذن مساوية لها فزاوية
 \overline{ACH} مساوية لزاوية \overline{HCD} المتبادلتان وايضا فلان خطى \overline{AB} \overline{Z}
يتقاطعان على نقطة \overline{H} (ح. s) فبحسب برهان \overline{BC} من ا تكون زاوية

oppositos EHB , $H\theta D$, exteriorem et interiorem, inter se aequales esse, et summam duorum angulorum interiorum ad eandem partem positorum $BH\theta$, $H\theta D$ summae duorum rectorum angulorum aequalem esse.

Demonstratio. Primum demonstrabimus, angulos alternos aequales esse, $\angle AH\theta = \angle H\theta D$. Nam si aequales non sunt, alteruter eorum maior est. Sit angulus $AH\theta$ maior, si fieri potest. Angulum $BH\theta$ communem adiicimus. Itaque $AH\theta + BH\theta > BH\theta + H\theta D$. Uerum ex I, 13 summa duorum angulorum $AH\theta$, $BH\theta$ duobus rectis aequalis est; quare etiam summa duorum angulorum $BH\theta$, $H\theta D$ minor erit summa duorum rectorum. Sed ex eo, quod postulauit Euclides*), et quod Geminus in propositionibus, quas praemisit, demonstrauit, efficitur, si recta in duas rectas incidente anguli interiores ad alteram partem positi duobus rectis minores sint, duas illas rectas concurrere ad eam partem uersus productas, ubi duo anguli duobus rectis minores sint. Itaque duae lineae AB , GD ad partes duorum punctorum B , D uersus concurrent. At parallelae sunt. Itaque hoc absurdum est neque fieri potest. Ergo fieri non potest, ut angulus $AH\theta$ angulo $H\theta D$ maior sit. Uerum ne minor quidem est**). Ergo ei aequalis est, et duo anguli alterni $AH\theta$, $H\theta D$ aequales sunt.

Rursus quoniam duae lineae AB , EZ in puncto H inter se

1) In margine est: قال ايرن يعنى قوله اذا وقع خط مستقيم (على) خطين مستقيمين فصيم الزاويتين اللتين في جهة واحدة اصغر من قائمتين فان الخطين اذا اخرجنا في تلك الجهة فلا بُدَّ من ان يلتقيا .:

Heron dixit: Significat uerba, quae sunt: Si in duas rectas recta ita inciderit, ut duos angulos ad eandem partem positos duobus rectis minores efficiat, fieri non potest, ut duae illae lineae ad hanc partem productae non concurrant. (Post. 5).

*) Post. 5.

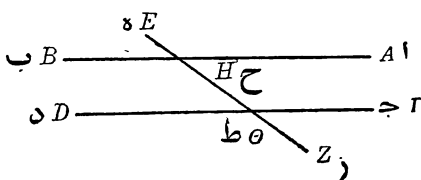
**) Hoc minus adcurate addidit Arabs (u. supra lin. 7: alteruter)

18 r. $\overline{ا ح ط}$ مساوية لزاوية $\overline{ه ح ب}$ لكن زاوية $\overline{ا ح ط}$ قد بيّنا انها مساوية 18 r. لزاوية $\overline{ح ط د}$ والمساوية لشي واحد فهي متساوية فزاوية $\overline{ه ح ب}$ الخارجة مثل زاوية $\overline{ح ط د}$ الداخلة المتقابلتان وايضا فقد تبين ان زاوية $\overline{ه ح ب}$ الخارجة مثل زاوية $\overline{ح ط د}$ الداخلة فنجعل زاوية $\overline{ب ح ط}$ مشتركة فمجموع زاويتى $\overline{ه ح ب}$ $\overline{ب ح ط}$ مثل مجموع زاويتى $\overline{ب ح ط}$ $\overline{ح ط د}$ لكن مجموع زاويتى $\overline{ه ح ب}$ $\overline{ب ح ط}$ مثل مجموع زاويتين قائمتين ببرهان $\overline{ب ح ط}$ من ا فمجموع زاويتى $\overline{ب ح ط}$ $\overline{ح ط د}$ اذن مثل مجموع زاويتين قائمتين وهما في جهة واحدة فقد تبين انه اذا اخرج خط مستقيم على خطين مستقيمين متوازيين فان الزاويتين المتبادلتين متساويتان والزاويتان الداخلة والخارجة التى تقابلها متساويتان والزاويتان الداخلتان في اى الجهتين كانتا فان مجموعهما مثل مجموع زاويتين قائمتين وذلك ما اردنا ان نبين .

الشكل الثلثون من المقالة الاولى

كل الخطوط المستقيمة الموازية لخط مستقيم فهي متوازية (ط)
مثاله ان خطى $\overline{ا ب ج د}$ موازيان لخط $\overline{ه ز}$ فاقول ان خطى $\overline{ا ب ج د}$ متوازيان برهانه انا اخرج على خطوط $\overline{ا ب ج د}$ $\overline{ه ز}$ خط $\overline{ح ط}$ كيف ما خرج فقد اخرج خط $\overline{ح ط}$ على خطين مستقيمين متوازيين وهما خطا $\overline{ا ب ج د}$ فبحسب برهان $\overline{ب ح ط}$ من ا تكون زاويتا $\overline{ا ك ل}$ $\overline{ك ل ز}$ المتبادلتان متساويتين وايضا فانه قد اخرج خط $\overline{ح ط}$ على خطين متوازيين وهما خطا $\overline{ه ز ج د}$ فزاوية $\overline{ح ل ز}$ الخارجة مثل زاوية $\overline{ل م د}$ الداخلة وذلك ايضا بحسب برهان $\overline{ب ح ط}$ من ا لكتنا قد بيّنا ان زاوية $\overline{ح ل ز}$ مساوية لزاوية $\overline{ا ك ل}$ والمساوية لشي واحد فهي

secant, ex I, 15 angulus $AH\theta$ angulo EHB aequalis erit. Iam autem demonstrauius, angulum $AH\theta$ angulo $H\theta D$ aequalem esse; et quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt; itaque duo anguli oppositi inter se aequales sunt, angulus EHB exterior angulo $H\theta D$ interiori. Et iam demonstratum est, angulum EHB exteriorem angulo $H\theta D$ interiori aequalem esse. Iam angulum $BH\theta$ communem adiicimus. Itaque summa duorum angulorum EHB , $BH\theta$ summae duorum angulorum $BH\theta$, $H\theta D$ aequalis est. Uerum summa duorum angulorum EHB , $BH\theta$ ex I, 13 summae duorum rectorum aequalis est.



Itaque summa duorum angulorum $BH\theta$, $H\theta D$ summae duorum rectorum aequalis

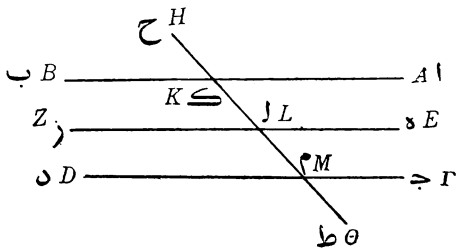
est; et ad eandem partem positi sunt. Ergo demonstratum est, si recta in duas rectas inter se parallelas ducatur, angulos alternos inter se aequales esse, et angulos oppositos interiorem et exteriorem inter se aequales esse, et summam angulorum interiorum ad alterutram partem positorum summae duorum rectorum aequalem esse. Q. n. e. d.

Propositio XXX libri primi.

Omnes lineae rectae lineae rectae parallelae inter se parallelae sunt.

Exemplificatio.

Duae lineae AB , GD lineae EZ parallelae sunt. Dico, duas lineas AB , GD inter se parallelas esse.



Demonstratio.

Ad lineas AB , GD , EZ quolibet modo lineam $H\theta$ ducimus. Linea $H\theta$ igitur ad duas lineas rectas inter se parallelas AB , EZ ducta est; itaque ex I, 19 duo anguli alterni AKL , KLZ

متساوية $\overline{اكل}$ اذن مساوية لزاوية $\overline{لمد}$ فقد أُخرج على خطى $\overline{اب}$
 $\overline{جد}$ خط $\overline{حط}$ فصير الزاويتين المتبادلتين متساويتين فبحسب
برهان كز من ا يكون خط $\overline{اب}$ موازياً لخط $\overline{جد}$ فقد نبين ان
الخطوط المستقيمة الموازية لخط مستقيم فهي متوازية ايضاً وذلك
ما اردنا ان نبين .

الشكل الحادى والثلاثون من المقالة الاولى

نريد ان نبين كيف نُجيز على نقطة مفروضة خطاً موازياً
لخط مستقيم مفروض فنجعل النقطة المفروضة نقطة $\overline{ا}$ والخط
المفروض خط $\overline{بج}$ ونريد (ونريد) ان نبين كيف نجيز على نقطة $\overline{ا}$
خطاً مستقيماً موازياً لخط $\overline{بج}$ فنخرج على نقطة $\overline{ا}$ وعلى خط $\overline{بج}$
خطاً كيف ما خرج وليكن خط $\overline{اد}$ ونعمل على خط $\overline{اد}$ وعلى
نقطة $\overline{ا}$ زاوية مساوية لزاوية $\overline{ادج}$ كما عمل ببرهان كج من ا
وليكن زاوية $\overline{داه}$ ونخرج خط $\overline{هأ}$ على استقامة الى $\overline{ز}$ فلان خط $\overline{اد}$
قد أُخرج على خطى $\overline{بج}$ فصير الزاويتين المتبادلتين متساويتين
فبحسب برهان كز من ا يكون خط $\overline{بج}$ موازياً لخط $\overline{هز}$ فقد
اجزنا على نقطة $\overline{ا}$ خطاً موازياً لخط $\overline{بج}$ وهو خط $\overline{هز}$ وذلك ما
اردنا ان نبين .

شكل مضاف الى هذا الشكل

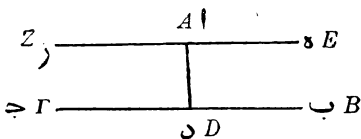
وكان موضعه تالى الشكل العاشر ولكن لها كان 18 u.

inter se aequales erunt. Rursus linea $H\Theta$ ad duas lineas inter se parallelas EZ , GD ducta est; quare angulus HLZ exterior ex eadem I, 19 angulo LMD interiori aequalis erit. Iam autem demonstrauius, angulum HLZ angulo AKL aequalem esse; et quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt; ergo angulus AKL angulo LMD aequalis est. Ad duas igitur lineas AB , GD linea $H\Theta$ ita ducta est, ut duos angulos alternos inter se aequales efficiat. Itaque ex I, 27 linea AB lineae GD parallela est. Ergo iam demonstrauius, lineas rectas lineae rectae parallelas inter se quoque parallelas esse. Q. n. e. d.

Propositio XXXI libri primi.

Demonstrare uolumus, quo modo per punctum datum lineam datae rectae parallelam ducamus.

Punctum datum ponimus punctum A et datam lineam lineam BG . Demonstrare uolumus, quo modo per punctum A lineae BG parallelam lineam rectam ducamus. Per punctum A et per lineam BG quolibet modo lineam ducimus, quae sit linea AD . Et ad lineam AD et punctum A angulum angulo ADG aequalem construimus, ita ut in I, 23 construximus, qui sit angulus DAE ; et lineam EA in directum ad Z producimus. Iam quoniam linea AD ad duas lineas BG , EZ ita ducta est, ut angulos alternos inter se aequales efficiat, ex I, 27 linea BG lineae EZ parallela erit. Itaque per punctum A lineam EZ lineae BG parallelam duximus. Q. n. e. d.



Propositio ad hanc propositionem addenda.

Locus eius erat post prop. X, quia in I, 12 opus erat linea in tres partes aequales diuisa;*) sed quoniam demonstratio per

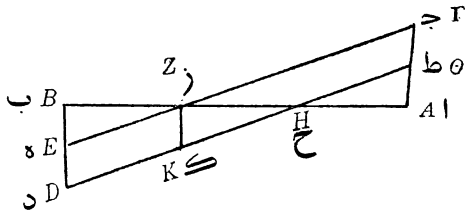
*) Hoc in I, 12 non usurpatur.

برهانه يتم بعد هذا الشكل كان الوجه فيه ان يتلوه لان تسمية
خط بثلاثة اقسام متساوية يُحتاج اليها في يب من ا فليكن
الخط \overline{AB} ونقيم على نقطتي \overline{AB} عمودي \overline{AD} \overline{BE} باي مقدار شيئا
وليكونا متساويين ونقسم كل واحد منهما بنصفين على نقطتي
 \overline{H} \overline{G} ونخرج خطي \overline{DH} \overline{EG} ونخرج من نقطة \overline{Z} خطا \overline{ZD} \overline{ZE} عمودي
 \overline{AD} \overline{BE} وليكن خط \overline{ZK} فلان \overline{AD} \overline{BE} اعني \overline{ZD} \overline{ZE} \overline{AD} \overline{BE}
 \overline{DH} \overline{EG} ويساويه والخطوط التي تصل بين اطراف الخطوط المتوازية
متوازية ايضا ومتساوية فخطا \overline{DH} \overline{EG} متساويان ومتوازيان وخط
 \overline{ZK} قد اخرج موازيا لخط \overline{DH} وخط \overline{ZK} موازيا لخط \overline{EG} فخط \overline{ZK} موازيا
 \overline{AD} \overline{BE} ان يساوي خط \overline{AD} \overline{BE} لان السطوح المتوازية الاضلاع فان
كل ضلعين منها يتقابلان متساويان فخط \overline{ZK} اذا يساوي \overline{AD}
ويوازيه وقد وقع عليها از فزاويتنا \overline{ZAD} \overline{ZBE} المتبادلان متساويان
وزاوية \overline{ZAD} \overline{ZBE} قائمة فزاوية \overline{ZAD} \overline{ZBE} قائمة وزاوية \overline{ZAD} \overline{ZBE}
لانهما المتبادلان فمثلنا \overline{ZAD} \overline{ZBE} تساوي زاويتان من احدهما
زاويتين من الاخر كل زاوية ونظيرتها وقاعدة \overline{AD} \overline{BE} مساوية لقاعدة
 \overline{ZD} \overline{ZE} فمثلث \overline{ZAD} \overline{ZBE} مثل مثلث \overline{ZAD} \overline{ZBE} وسائر الاضلاع مثل سائر
الاضلاع فخط \overline{ZK} موازيا لخط \overline{AD} \overline{BE} وبمثل هذا البرهان يتبين ان
مثلث \overline{ZAD} \overline{ZBE} مثل مثلث \overline{ZAD} \overline{ZBE} لان قاعدة \overline{ZD} \overline{ZE} مثل قاعدة \overline{AD} \overline{BE}
وزاويتنا \overline{ZAD} \overline{ZBE} قائمة فزاويتان \overline{ZAD} \overline{ZBE} مثل زاوية \overline{ZAD} \overline{ZBE} اعني
مثل زاوية \overline{ZAD} \overline{ZBE} ¹⁾ فسائر الاضلاع مثل سائر الاضلاع اعني \overline{ZD} \overline{ZE} مثل

¹⁾ In margine: ٢٩ ببرهان

hanc propositionem*) perficitur, methodice post hanc erat collocanda.

Sit linea AB . A duobus punctis A, B duas perpendiculares cuiusvis magnitudinis erigimus, quae inter se aequales sint. Utamque ad puncta E, Θ in binas partes aequales diuidimus, et duas lineas $GZE, \Theta HD$ ducimus. Et a puncto Z lineam ducimus, quae duabus perpendicularibus AG, BD parallela est, quae sit linea ZK . Iam quoniam AG rectae BD parallela est, hoc est $G\Theta$ rectae ED parallela, et eadem ei aequalis, et lineae, quae terminos linearum inter se parallelarum [et aequalium] coniungunt, inter se quoque parallelae et aequales sunt, duae lineae $GE, \Theta D$ inter se aequales et parallelae sunt. Linea ZK autem lineae $G\Theta$ parallela ducta est, et linea GZ lineae ΘK parallela est. Ergo ZK lineae $G\Theta$ aequalis est, quoniam spatorum, quorum latera inter se parallela sunt, bina latera opposita inter se aequalia sunt. Ergo linea ZK lineae ΘA aequalis est. Sed eadem ei parallela est, et AZ in eas incidit. Quare duo anguli alterni $GAZ, HZ[K]$ inter se aequales sunt. Angulus autem GAZ rectus est; itaque etiam HZK rectus. Et angulus HKZ angulo $A\Theta H$ aequalis est, quia alterni anguli sunt. Itaque in duobus triangulis $A\Theta H, ZHK$ duo anguli alterius duobus angulis alterius alter alteri aequales sunt; et basis ΘA basi KZ aequalis est; itaque triangulus $A\Theta H$ triangulo HKZ aequalis est, et reliqua latera reliquis lateribus aequalia sunt. Itaque linea AH lineae ZH aequalis est. Eodem modo, quo in hac demonstratione, demonstrari potest, triangulum ZKH triangulo BEZ aequalem esse, quia basis KZ basi BE aequalis est, et duo anguli HZK, ZBE recti sunt, et angulus HKZ angulo KDE aequalis



*) H. e. prop. 31; sed in demonstratione etiam prop. 33 usurpatur.

زَبَ فاقسام أَح ح ز زَبَ متساوية وذلك ما اردنا ان نبين وعلى هذا السبيل يقسم باى اقسام شيئا الى غير نهاية .

الشكل الثانى والثلاثون من المقالة الاولى

كل مثلث يخرج (ع) ضلع من اضلاعه على استقامة فان الزاوية التى تحدث خارج المثلث مثل (ط) مجموع زاويتيها الداخلتين اللتين تقابلانها وزوايا المثلث الثلث اذا جمعت مثل مجموع زاويتين قائمتين مثاله ان مثلث ا ب ج قد أُخرج ضلع من اضلاعه وهو ضلع ب ج على استقامة الى نقطة د فاقول ان زاوية ا ج د مثل مجموع زاويتي ا ب ج با ج وان زوايا ا ب ج با ج ا ب الثلث اذا جمعت مساوية لمجموع زاويتين قائمتين برهانه انا نُخرج من نقطة ج خط ج ه موازيا لضلع با كما بُين اخراجه ببرهان لا من ا فخط ا ج يُخرج على خطى ا ب ج ه المتوازيين فبرهان كط من ا زاويتا با ج ا ج ه المتبادلتان متساويتان وايضا فانه قد أُخرج خط ب ج د على خطى ا ب ج ه المتوازيين فزاويتا ا ب د ه ج د المتقابلتان متساويتان وذلك ببرهان كط من ا وقد بينا ان زاوية ا ج ه مساوية لزاوية با ج فاجعل زاوية ا ج ب مشتركة فمجموع زاويتي ا ج د ا ج ب مساوية لمجموع زوايا ا ج ب ا ب ج ا ب الثلثة لكن مجموع زاويتي ا ج ب ا ج د مثل زاويتين قائمتين بحسب برهان 19 r. ا فزوايا المثلث الثلث اعنى ا ج ب ا ب ج با ج اذا جمعت مثل مجموع زاويتين قائمتين وذلك ما اردنا ان نبين .

est, h. e. angulo ZEB .¹⁾ Quare reliqua latera reliquis lateribus aequalia sunt, uelut $HZ = ZB$, et partes, quae sunt AH , HZ , ZB inter se aequales sunt. Q. n. e. d. Et eo modo linea in quotlibet partes in infinitum diuidi potest.

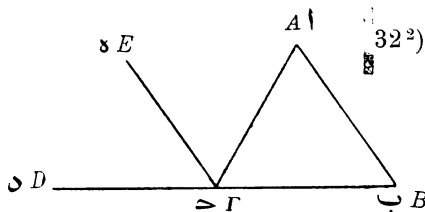
Propositio XXXII libri primi.

Si in quouis triangulo latus quoduis eius in directum producitur, angulus extra triangulum positus summae duorum angulorum eius interiorum et illi oppositorum aequalis erit, et tres anguli trianguli coniuncti summae duorum rectorum aequales erunt.

Exemplificatio. Latus quoduis BG trianguli ABG in directum ad punctum D producat. Dico, angulum AGD summae duorum angulorum ABG , BAG aequalem esse, et tres angulos ABG , BGA , GAB coniunctos summae duorum rectorum aequales esse.

Demonstratio. A puncto G lineam GE lateri BA parallelam ducimus, ita ut in I, 31 demonstratum est. Linea AG igitur in duas lineas parallelas AB , GE incidit. Itaque ex I, 29 duo anguli BAG , AGE alterni inter se aequales sunt. Rursus linea BGD in duas lineas inter se parallelas AB , GE ducta est; quare ex I, 29 duo anguli ABD , EGD oppositi inter se aequales sunt. Iam autem demonstrauius, angulum AGE angulo BAG aequalem esse.*) Itaque communi addito angulo AGB erit $AGD + AGB = AGB + ABG + BAG$.

Uerum ex I, 13 summa duorum angulorum AGB , AGD duobus rectis aequalis est. Ergo tres anguli trianguli AGB , ABG , BAG



coniuncti summae duorum rectorum aequales sunt. Q. n. e. d.

¹⁾ In margine: in dem. XXIX.
^{*} Deest: quare $\angle AGD = BAG + ABG$.
²⁾ Hinc scriba figuras numeris notare incipit.

الشكل الثالث والثلاثون من المقالة الاولى

الخطوط (ع) المستقيمة التي تصل ما بين اطراف الخطوط المتوازية المتساوية (الاقدار)¹⁾ في كلتي الجهتين هي ايضا متوازية (ط) متساوية (الاقدار)¹⁾: مثاله ان خطي \overline{AB} \overline{CD} متوازيان متساويان وقد وصل ما بين اطرافهما بخطي \overline{AD} \overline{BC} فاقول ان خطي \overline{AD} \overline{BC} متوازيان متساويان برهانه انا نخرج خط \overline{AD} فخط \overline{AD} قد اخرج على خطي \overline{AB} \overline{CD} المتوازيين فبرهان \overline{AD} \overline{BC} من ا تكون زاويتنا \overline{BAD} \overline{ADC} المتبادلتان متساويتين وخط \overline{AB} فرض مساويا لخط \overline{CD} وناخذ خط \overline{AD} مشتركا فضلعا \overline{BA} \overline{AD} من مثلث \overline{BAD} مساويان لضلعي \overline{AD} \overline{DA} من مثلث \overline{ADC} وزاوية \overline{BAD} مساوية لزاوية \overline{ADC} فبرهان \overline{AD} \overline{BC} من ا يكون ضلع \overline{AD} الباقي من مثلث \overline{BAD} مثل ضلع \overline{AD} الباقي من مثلث \overline{ADC} وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا كل زاوية مثل نظيرتها فزاوية \overline{ADB} مساوية لزاوية \overline{ADC} فقد اخرج على خطي \overline{AD} \overline{BC} خط \overline{AD} فصير زاويتي \overline{DAB} \overline{ADC} المتبادلتين متساويتين فبرهان \overline{AD} \overline{BC} من ا يكون خط \overline{AD} موازيا لخط \overline{BC} وقد بينا انه مساو له فخطا \overline{AD} \overline{BC} متساويان ومتوازيان وذلك ما اردنا ان نبين ::

الشكل الرابع والثلاثون من المقالة الاولى

كل السطوح (ع) المتوازية الاضلاع فان كل ضلعين منها يتقابلان او زاويتين تتقابلان فهما متساويان (ط) والقطر يقطع (ط)

¹⁾ Haec uerba atramento rubro inserta.

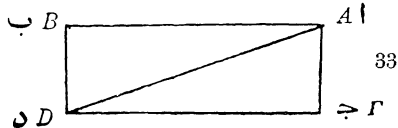
Propositio XXXIII libri primi.

Rectae, quae terminos linearum inter se parallelarum et aequalium ad alterutram partem coniungunt, et ipsae inter se parallelae et aequales sunt.

Exemplificatio. Duae lineae AB , GD inter se parallelae et aequales sint, et termini earum duabus lineis AG , BD coniuncti sint. Dico, duas lineas AG , BD inter se parallelas et aequales esse.

Demonstratio. Lineam AD ducimus. Linea AD igitur in duas lineas inter se parallelas AB , GD incidit. Itaque ex I, 29 duo anguli alterni BAD , ADG inter se aequales sunt. Et linea AB lineae GD data est aequalis.

Linea igitur AD communi sumpta duo latera BA , AD trianguli BAD duobus lateribus GD , DA trianguli ADG aequa-



lia sunt; et angulus BAD angulo ADG aequalis. Itaque ex I, 4 BD reliquum latus trianguli ABD aequale est reliquo lateri AG trianguli ADG , et reliqui anguli reliquis angulis aequales alter alteri; quare $\angle ADB = \angle GAD$. Itaque in duas lineas AG , BD linea AD ita incidit, ut duos angulos alternos GAB (scr. GAD), ADB inter se aequales efficiat. Quare ex I, 27 linea AG lineae BD parallela est. Et iam demonstrauius, eam ei aequalem esse. Ergo duae lineae AG , BD inter se aequales et parallelae sunt. Q. n. e. d.

Propositio XXXIV libri primi.

In spatiis parallelogrammis duo quaelibet latera opposita et anguli oppositi inter se aequalia sunt, et diametrus spatium in duas partes aequales diuidit.

Exemplificatio. In spatio parallelogrammo $ABGD$ *) la-

*) Ita etiam cod. P apud Eucl. I p. 82, 3.

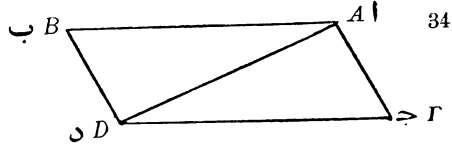
السطح بنصفين مثاله ان سطح $\overline{اب}$ $\overline{جد}$ متوازي الاضلاع ضلع $\overline{اب}$ مواز لضلع $\overline{جد}$ وضلع $\overline{اج}$ مواز لضلع $\overline{بد}$ وقد أُخرج قَطْر $\overline{اد}$ فاقول ان ضلع $\overline{اب}$ مثل ضلع $\overline{جد}$ وضلع $\overline{اج}$ مثل ضلع $\overline{بد}$ وزاوية $\overline{ا}$ مثل زاوية $\overline{د}$ وزاوية $\overline{ب}$ مثل زاوية $\overline{ج}$ وقَطْر $\overline{اد}$ يقسم سطح $\overline{اب}$ $\overline{جد}$ بنصفين فيصير مثلث $\overline{ابد}$ مثل مثلث $\overline{اجد}$ برهانه انه قد أُخرج على خطي $\overline{اب}$ $\overline{جد}$ المتوازيين خط $\overline{اد}$ فبرهان كط من ا تصير زاويتا $\overline{باد}$ $\overline{ادج}$ المتبادلتان متساويتين وايضا فقد أُخرج على خطي $\overline{اج}$ $\overline{بد}$ المتوازيين خط $\overline{اد}$ فبرهان كط من ا فان زاويتي $\overline{جاد}$ $\overline{ادب}$ المتبادلتين متساويتان فزاوية $\overline{باد}$ من مثلث $\overline{ابد}$ مثل زاوية $\overline{ادج}$ من مثلث $\overline{اجد}$ وناخذ ضلع $\overline{اد}$ مشتركا فبرهان كو من ا فان الضلعين الباقيين من مثلث $\overline{ابد}$ مساويان للضلعين الباقيين من مثلث $\overline{اجد}$ كل ضلع مثل نظيره $\overline{اب}$ مثل $\overline{جد}$ و $\overline{اج}$ مثل $\overline{بد}$ والزاويتان الباقيتان متساويتان $\overline{ابد}$ مثل $\overline{اجد}$ والمثلث مثل المثلث وقد بيّنا ان زاوية $\overline{باد}$ مساوية لزاوية $\overline{ادج}$ وزاوية $\overline{ادب}$ مساوية لزاوية $\overline{جاد}$ فزاوية $\overline{باد}$ باسرها مساوية لزاوية $\overline{ادج}$ باسرها وقد بيّنا ان خط $\overline{اج}$ مثل خط $\overline{بد}$ فقد تبين ان كل سطح متوازي الاضلاع فان كّل ضلعين منه يتقابلان او زاويتين تتقابلان فهما متساويان والقَطْر يقسم السطح بنصفين وذلك ما اردنا ان نبين . . .

19 u.

الشكل الخامس والثلاثون من المقالة الاولى

السطوح المتوازية الاضلاع اذا كانت على قاعدة واحدة وبيّن (ع)
خطين متوازيين فهي [ط] متساوية مثاله ان سطح $\overline{اب}$ $\overline{جد}$ $\overline{هز}$ $\overline{جد}$

tus AB lateri GD parallelum sit, et latus AG lateri BD , et ducta sit diametrus AD . Dico, esse $AB = GD$, $AG = BD$ et $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle G$, et



diametrum AD spatium $ABGD$ *) in duas partes aequales diuidere, ita ut triangulus ABD triangulo AGD aequalis fiat.

Demonstratio. Ad duas igitur lineas AB , GD inter se parallelas linea AD ducitur; itaque ex I, 29 duo anguli alterni BAD , ADG inter se aequales sunt. Rursus ad duas lineas AG , BD inter se parallelas linea AD ducitur; itaque ex I, 29 duo anguli alterni GAD , ADB inter se aequales sunt. Et angulus BAD trianguli ABD angulo ADG trianguli AGD aequalis est, et latus AD commune. Quare ex I, 26 reliqua duo latera trianguli ABD reliquis duobus lateribus trianguli AGD aequalia sunt alterum alteri, $AB = GD$, $AG = BD$, et reliqui duo anguli inter se aequales sunt, $\angle ABD = \angle AGD$, et triangulus triangulo aequalis. Et quoniam demonstrauius, esse $\angle BAD = \angle ADG$, et $\angle ADB = \angle GAD$, erit totus angulus BAG toti angulo BDG aequalis. Et demonstrauius, esse $AG = BD$ **). Ergo demonstratum est, in quouis spatio parallelogrammo quaelibet duo latera opposita et angulos oppositos inter se aequalia esse, et diametrum spatium in duas partes aequales diuidere. Q. n. e. d.

Propositio XXXV libri primi.

Spatia parallelogramma in eadem basi et inter duas lineas inter se parallelas posita inter se aequalia sunt.

Exemplificatio. Spatia $ABGD$, $EZGD$ parallelogramma

*) Cfr. codd. PV apud Eucl. I p. 82, 4.

**) Aut hoc omittendum erat, aut addendum etiam, esse $AB = GD$, ut supra demonstratum est.

متوازيًا الاضلاع وهما جيبًا على قاعدة $\overline{جَد}$ وبين خطين متوازيين وهما $\overline{أز جَد}$ فاقول ان $\overline{سكحي}$ $\overline{أب جَد}$ $\overline{هز جَد}$ متساويان برهانه انه قد أُخِرَجَ على خطي $\overline{أج بَد}$ المتوازيين خط $\overline{أب ز}$ فبرهان كط من ا تكون زاوية $\overline{ب آ د}$ الداخلة مثل زاوية $\overline{ز ب د}$ الخارجة وايضا فان $\overline{سكحي}$ $\overline{أب جَد}$ $\overline{هز جَد}$ فرضا متوازيي الاضلاع فبرهان لد من ا فان كل ضلعين يتقابلان متساويان وضلع $\overline{أج}$ مساو لضلع $\overline{ب د}$ وضلع $\overline{أب}$ مساو لضلع $\overline{ج د}$ وضلع $\overline{هز}$ ايضا مساو لضلع $\overline{ج د}$ والمساوية لشي واحد فهي متساوية فخط $\overline{أب}$ مثل خط $\overline{هز}$ وناخذ خط $\overline{ب ه}$ مشتركا فخط $\overline{أه}$ باسره مساو لخط $\overline{ز ب}$ باسره وكنا بيننا ان خط $\overline{أج}$ مثل خط $\overline{ب د}$ فضلعا $\overline{ز ب ب د}$ من مثلث $\overline{ب د ز}$ مثل ضلعي $\overline{ه أ}$ $\overline{أ ج}$ من مثلث $\overline{أ ج ه}$ كل ضلع كما بيننا مساو لنظيره وزاوية $\overline{د ب ز}$ مساوية لزاوية $\overline{ج آ ه}$ فبرهان د من ا تكون قاعدة $\overline{ج ه}$ مثل القاعدة $\overline{د ز}$ ومثلث $\overline{ب د ز}$ مثل مثلث $\overline{أ ج ه}$ فنلقى مثلث $\overline{ب ه ح}$ المشترك فيبقى $\overline{مُكحرف}$ $\overline{أ ب ح}$ $\overline{ج}$ مثل $\overline{مُكحرف}$ $\overline{ه ز ح}$ وناخذ مثلث $\overline{ج د ح}$ مشتركا [فسطح¹⁾] $\overline{أ ب ج د}$ باسره مثل سطح $\overline{ه ز ج د}$ باسره وهما السطحان اللذان على قاعدة واحدة وبين خطين متوازيين وذلك ما اردنا ان نبين .: زيادة قال ايرن وقوع هذا الشكل على ثلثة وجه احدها ما بينه اوقليدس وهو اصعبها والثاني والثالث²⁾

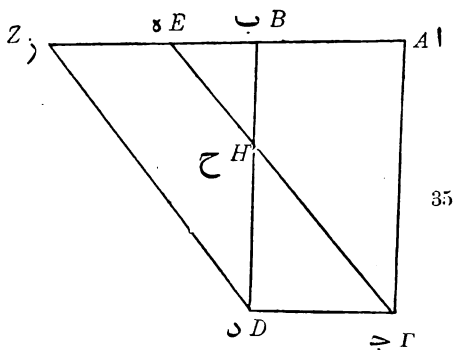
1) Hoc uocabulum in cod. omissum.

2) Verba ab زيادة usque ad الثالث in una linea pressius scripta, sed eadem manu, lacuna post الثاني relicta, aperte postea inculcata sunt, et scriptori spatium scholii Heronis perficiendi defuit.

sint in eadem basi GD et inter duas lineas inter se parallelas AZ , GD posita. Dico, duo spatia $ABGD$, $EZGD$ inter se aequalia esse.

Demonstratio. Ad duas lineas AG , BD inter se parallelas ducta est linea ABZ . Itaque ex I, 29 angulus BAG interior angulo ZBD exteriori aequalis est. Rursus datum est, duo spatia $ABGD$, $EZGD$ parallelogramma esse; itaque ex I, 34 quaelibet duo latera opposita inter se aequalia sunt, $AG = BD$, $AB = GD$. Uerum etiam $EZ = GD$. Quae autem eidem aequalia sunt, inter se aequalia sunt; itaque $AB = EZ$. Et adiecta BE communi erit tota linea AE toti lineae ZB aequalis. Iam autem demonstrauius, esse $AG = BD$. Itaque duo latera ZB , BD trianguli BDZ duobus lateribus EA , AG trianguli AGE , ut demonstrauius, aequalia sunt alterum alteri; et angulus DBZ angulo GAE

aequalis. Quare ex I, 4 basis GE basi DZ et triangulus BDZ triangulo AGE aequalis est. Triangulum BEH , qui communis est, subtrahimus; itaque trapezium $ABHG$ trapezio $EZDH$ aequale est. Et communem ad-



iiemus triangulum GDH . Ergo totum spatium $ABGD$ toti spatio $EZGD$ aequale est, quae duo spatia in eadem basi et inter duas lineas parallelas posita sunt. Q. n. e. d.

Additamentum. Hero tres huius demonstrationis casus commemorauit,*) quarum una est, quam demonstrauius Euclides, et ea quidem difficillima, secunda autem . . . et tertia . . .

*) Cfr. Proclus p. 399, 4 sq., ubi Herone non commemorato praeter casum ab Euclide demonstratum, quem *χαλεπωτέρων πιώων* uocat, duos alios demonstrat.

الشكل السادس والثلاثون من المقالة الاولى

السطوح (ع) المتوازية الاضلاع اذا كانت على قواعد متساوية
وبين خطين متوازيين فهي (ط) متساوية مثاله ان سطحى ا ب ج د
ه ز ح ط متوازي الاضلاع وهما على قاعدتين متساويتين وهما ب د ز ط
وبين خطين متوازيين وهما خطا ب ط ا ح فاقول ان سطحى
ا ب ج د ه ز ح ط¹⁾ متساويان برهانه انا نُخرج خطى ه ب ح د وكنا
فرضنا قاعدة ب د مثل قاعدة ز ط وسطح ه ز ح ط فرضناه متوازي
الاضلاع فببرهان لد من ا يكون خط ه ح مثل خط ز ط
والمساوية لشي واحد فهي متساوية فخط ب د مساو لخط ه ح وهو
ايضا مواز له والخطوط التى تصل بين اطراف الخطوط المتوازية
المتساوية فى كلتي الجهتين هي ايضا متوازية متساوية كما
بيننا ببرهان ل ج من ا فخط ه ب مثل خط (خط) د ح ومواز له فسطح
ه ب د ح متوازي الاضلاع وهو مع سطح ه ز ح ط على قاعدة واحدة
ه ح وبين خطى ا ح ب ط المتوازيين فببرهان له من ا فان
سطح ه ب د ح مثل سطح ه ز ح ط وايضا فان سطحى ا ب ج د ب د ه ح
على قاعدة ب د وبين خطى ا ح ب ط المتوازيين فببرهان له من
ا فان سطح ا ب ج د مساو لسطح ب د ه ح والمساوية لشي واحد
فهي متساوية فسطح ا ب ج د مساو لسطح ه ز ح ط فقد تبين ان
السطوح المتوازية الاضلاع التى هي على قواعد متساوية وبين
خطين متوازيين هي متساوية وذلك ما اردنا ان نبين : . زيادة

¹⁾ In cod. ا ز ح ط

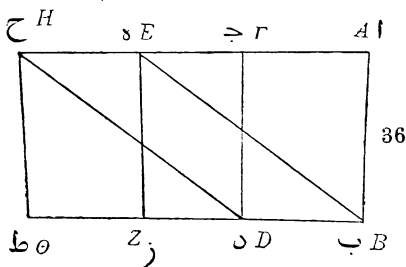
Propositio XXXVI libri primi.

Si spatia parallelogramma in basibus inter se aequalibus et inter duas lineas inter se parallelas posita sunt, inter se aequalia sunt.

Exemplificatio. Duo spatia $ABGD$, $EZH\Theta$, parallelogramma sint, in duabus basibus inter se aequalibus BD , $Z\Theta$ et inter duas lineas inter se parallelas $B\Theta$, AH posita. Dico, duo spatia $ABGD$, $EZH\Theta$ inter se aequalia esse.

Demonstratio. Duas lineas EB , HD ducimus. Supponimus igitur, basim BD basi $Z\Theta$ aequalem et spatium $EZH\Theta$ parallelogrammum esse. Et ex I, 34 linea EH lineae $Z\Theta$ aequalis est. Quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Linea BD igitur lineae EH aequalis. Eadem autem ei parallela est. Et lineae, quae terminos linearum inter se parallelarum et aequalium ad alterutram partem coniungunt, etiam inter se parallelae et aequales sunt, ita ut in I, 33 demonstrauimus. Itaque linea EB lineae DH aequalis et parallela est. Quare etiam spatium $EBDH$ parallelogrammum est. Et in eadem basi EH est, in qua etiam spatium $EZH\Theta$, et inter duas lineas inter se parallelas AH , $B\Theta$ posita sunt. Itaque ex I, 35 spatium $EBDH$ spatio $EZH\Theta$ aequale est. Rursus quoniam duo spatia $ABGD$, $BDEH$ in basi BD et inter duas lineas inter se parallelas AH , $B\Theta$ posita sunt, ex I, 35 spatium $ABGD$ spatio $BEDH$ aequale est. Quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Ergo spatium $ABGD$ spatio $EZH\Theta$ aequale est.

Itaque demonstratum est, spatia parallelogramma in basibus inter se aequalibus et inter duas lineas inter se parallelas posita inter se aequalia esse. Q. n. e. d.



Additamentum. Hero dixit: hic casus est unus e plu-

قال ايرون وهذا من اختلاف الوقوع كما كان قبله والبرهان
عليهما واحد ع¹⁾

20 p.

الشكل السابع والثلاثون من المقالة الاولى

اذا كانت (ع) المثلثات على قاعدة واحدة وبين (ع) خطين
متوازيين فهي متساوية (ط) مثاله ان مثلثي $\overline{ابج}$ $\overline{دبج}$ على قاعدة
واحدة وهي قاعدة $\overline{بج}$ وبين خطين متوازيين وهما خطا $\overline{بج}$ $\overline{اد}$
في الجهتين [فانقول] ان مثلث $\overline{ابج}$ مثل مثلث $\overline{دبج}$ برهانه انا
نُخرج خط $\overline{اد}$ في الجهتين جميعاً ونُخرج من نقطة $\overline{ب}$ خطاً موازياً
لخط $\overline{اج}$ يلقي الخط الخارج على نقطة $\overline{ه}$ ونُخرج ايضاً من نقطة $\overline{ج}$
خطاً موازياً لخط $\overline{بد}$ يلقي الخط الخارج على نقطة $\overline{ز}$ واخراج هذين
الخطين كما بين ببرهان لا من $\overline{ا}$ فمن البين ان سطح $\overline{به}$ $\overline{اج}$
متوازي الاضلاع وكذلك سطح $\overline{بد}$ $\overline{جز}$ متوازي الاضلاع وهما على
قاعدة واحدة وبين خطي $\overline{هز}$ $\overline{بج}$ المتوازيين فبرهان له من $\overline{ا}$
يكون سطح $\overline{به}$ $\overline{اج}$ مثل سطح $\overline{بدزج}$ فلان سطح $\overline{به}$ $\overline{اج}$ متوازي
الاضلاع فبرهان له من $\overline{ا}$ فان القطر الذي هو خط $\overline{اب}$ يقسمه
بنصفين فمثلث $\overline{ابه}$ مثل مثلث $\overline{ابج}$ وبمثل هذا الاستشهاد يتبين
ان مثلث $\overline{دج}$ مثل مثلث $\overline{دجب}$ والمتساوية فان انصافها متساوية
فمثلث $\overline{دجب}$ اذن مساوية لمثلث $\overline{ابج}$ فقد تبين ان المثلثات
التي هي على قاعدة واحدة وبين خطين متوازيين فهي متساوية
وذلك ما اردنا ان نبين

¹⁾ Hoc quoque scholium Heronis minoribus litteris ab eadem manu scriptum postea insertum uidetur.

ribus, sicut in praecedenti, et demonstratio utriusque eorum eadem est.*)

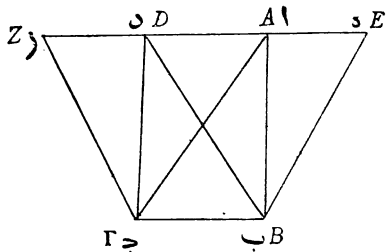
Propositio XXXVII libri primi.

Trianguli in eadem basi et inter duas lineas inter se parallelas positi inter se aequales sunt.

Exemplificatio. Duo trianguli ABG , DBG in eadem basi BG et inter duas lineas inter se parallelas BG , AD ad alterutram partem positi sint. [Dico], triangulum ABG triangulo DBG aequalem esse.

Demonstratio. Lineam AD simul ad utramque partem producimus et a puncto B lineam lineae AG parallelam ducimus ita, ut lineam productam in puncto E secet. Rursus a puncto G lineam lineae BD parallelam ducimus ita, ut lineam productam in puncto Z secet. Et hae duae lineae eo modo ducuntur, quo in I, 31 demonstratum est. Manifestum igitur, spatium $BEAG$ parallelogrammum esse et eodem modo spatium $BDGZ$. Et haec spatia in eadem basi et inter duas lineas inter se parallelas EZ , BG posita sunt. Itaque ex I, 35 spatium $BEAG$ spatio $BDZG$ aequale est. Iam quoniam spatium $BEAG$ parallelogrammum est, ex I, 34 a diametro, quae est linea AB , in duas partes [aequales] diuiditur. Itaque triangulus ABE triangulo ABG aequalis est. Eodem modo demonstrabimus, triangulum DGZ triangulo DGB aequalem esse.

Dimidiae autem partes magnitudinum inter se aequalium inter se aequales sunt; itaque triangulus DGB triangulo ABG aequalis est. Ergo demonstratum est, triangulos in eadem basi et inter duas lineas inter



se parallelas positos inter se aequales esse. Q. n. e. d.

*) Cfr. Proclus p. 401, 4 sq., ubi Heronis mentio non fit.

الشكل الثامن والثلاثون من المقالة الأولى

كل المثلثات (ع) التي على قواعد متساوية وبيّن (في)¹ خطين متوازيين فهي متساوية (ط) مثاله ان مثلثي $\overline{أب}$ $\overline{ج د}$ على قاعدتين متساويتين وهما $\overline{ب ج}$ $\overline{ج ه}$ وبيّن خطين متوازيين وهما $\overline{ب ه}$ $\overline{أ د}$ فاقول ان المثلثين متساويان برهانه انا نُخرج خط $\overline{أ د}$ في كلتي الجهتين ونُخرج من نقطة $\overline{ب}$ خطا موازيا لخط $\overline{أ ج}$ يلتقي الخط الخارج على نقطة $\overline{ز}$ ونُخرج ايضا من نقطة $\overline{ه}$ خطا موازيا لخط $\overline{ج د}$ يلتقي الخط الخارج على نقطة $\overline{ح}$ كما بيّن اخراج ذلك ببرهان لا من ا فمن البيّن ان سطح $\overline{أ ب د}$ $\overline{ج ه ح}$ متوازي الاضلاع فبرهان لد من ا مع برهان لو من ا فان سطح $\overline{أ ب ز}$ $\overline{ج ه ح}$ متوازي الاضلاع وعلى قاعدتين متساويتين وبيّن خطين متوازيين فمتوازي $\overline{أ ب ز}$ مساو لمتوازي $\overline{ج ه ح}$ والقطر يقسم كل واحد منهما بنصفين اعني $\overline{أ ب د ه}$ وانصاف المتساوية متساوية فمثلث $\overline{أ ب ج}$ مثلث $\overline{د ج ه}$ فقد تبين ان المثلثات التي على قواعد متساوية وبيّن خطين متوازيين فهي متساوية وذلك ما اردنا ان نبين زياده في هذا الشكل لايرن يتبين بعد بيان هذا المعنى ان كل مثلثين يساوي ضلعان من احدهما ضلعين من الاخر كل ضلع لنظيره وتكون زاوية احدهما اعظم من زاوية الاخر اعني اللتين يحيط بهما الاضلاع المتساوية) فان هاتين الزاويتين اللتين يحيط بهما الاضلاع المتساوية) فان هاتين الزاويتين اللتين يحيط بهما الاضلاع المتساوية مجمرعتين ان كانتا معادلتين لقائمتين فان

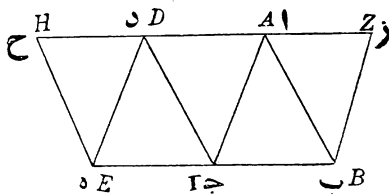
¹) Sic atramento rubro supra scriptum.

Propositio XXXVIII libri primi.

Omnes trianguli, qui in basibus inter se aequalibus et inter duas lineas inter se parallelas positi sunt, inter se aequales sunt.

Exemplificatio. Duo trianguli ABG , DGE in duabus basibus BG , GE inter se aequalibus et inter duas lineas inter se parallelas BE , AD positi sint. Dico, duos illos triangulos inter se aequales esse.

Demonstratio. Lineam AD ad utramque partem producimus et a puncto B lineam lineae AG parallelam ducimus, quae lineam productam in puncto Z secet. Rursus a puncto E lineam lineae GD parallelam ducimus, quae lineam productam in puncto H secet, ita ut in I, 31 demonstratum est. Manifestum igitur, duo spatia $AGBZ$, $DGEH$ parallelogramma esse. Itaque ex I, 34 et I, 36, quoniam duo spatia $AGBZ$, $DGEH$ parallelogramma sunt et in duabus basibus inter se aequalibus et inter duas lineas parallelas posita, parallelogrammum $AGBZ$ parallelogrammo $DGEH$ aequale est, et diametri AB , DE utramque in binas partes [aequales] diuidunt. Dimidia autem magnitudinum inter se aequalium inter se aequalia sunt; itaque triangulus ABG triangulo DGE aequalis. Ergo demonstratum est, triangulos in basibus inter se aequalibus et inter duas lineas inter se parallelas positos inter se aequales esse. Q. n. e. d.



Additamentum Heronis ad hanc propositionem. Hac propositione demonstrata hoc demonstrandum: Si in duobus triangulis duo latera alterius duobus lateribus alterius aequalia sunt alterum alteri, et angulus alterius angulo alterius maior est, eorum scilicet, quos latera inter se aequalia comprehendunt, tum, si summa duorum angulorum, quos latera inter se aequalia comprehendunt, duobus rectis aequalis est, duo trian-

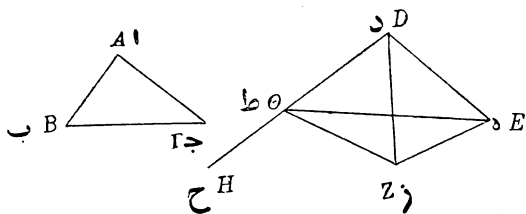
المثلثين متساويان وان كانتا اقل من قائمتين فالمثلث الذى زاويته اعظم اعظم من المثلث الاخر وان كانتا اعظم من قائمتين فالمثلث الذى زاويته اصغر اعظم من المثلث الاخر فلتكن زاويتنا $\overline{باج}$ $\overline{دهز}$ من مثلثى $\overline{اجب}$ $\overline{دهز}$ وهما على الصِّفَةِ التى ذكرناها 20 ii. معادلتين لقائمتين اولاً على ان زاوية $\overline{باج}$ اعظم ونعمل على نقطة $\overline{د}$ من خط $\overline{ده}$ زاوية $\overline{دهح}$ مساوية لزاوية $\overline{باج}$ كما بين ببرهان $\overline{كج}$ من $\overline{ا}$ ونجيز على نقطة $\overline{ز}$ خط $\overline{زط}$ يوازي خط $\overline{ده}$ كما بين ببرهان لا من $\overline{ا}$ ونخرج خط $\overline{طه}$ فزاويتنا $\overline{باج}$ $\overline{هط}$ متساويتان وكنا فرصنا مجموع زاويتي $\overline{باج}$ $\overline{دهز}$ مساوياً لمجموع زاويتين قائمتين فمجموع زاويتي $\overline{دهز}$ $\overline{هط}$ مساوٍ لمجموع زاويتين قائمتين لان خط $\overline{زط}$ أُخرج موازياً لخط $\overline{ده}$ فببرهان $\overline{كط}$ من $\overline{ا}$ يكون مجموع الزاويتين الداخلتين اللتين في جهة واحدة مساويتين لمجموع زاويتين قائمتين فنسقط زاوية $\overline{هط}$ المشتركة فنبقى زاوية $\overline{دهز}$ مساوية لزاوية $\overline{دطز}$ فلان خط $\overline{زط}$ موازٍ لخط $\overline{ده}$ تكون [زاوية] $\overline{دزط}$ مساوية لزاوية $\overline{دهز}$ والمساوية لشي واحد تكون متساويةً فزاوية $\overline{دزط}$ مساوية لزاوية $\overline{دطز}$ فساق $\overline{دز}$ مساوٍ لساق $\overline{دط}$ وخط $\overline{دز}$ مثل خط $\overline{اج}$ فخط $\overline{دط}$ اذن مثل $\overline{اج}$ وخط $\overline{ده}$ مثل خط $\overline{اب}$ وزاوية $\overline{باج}$ مثل زاوية $\overline{هط}$ فقاعدة $\overline{بج}$ مساوية لقاعدة $\overline{هط}$ ومثلث $\overline{اجب}$ مساوٍ لمثلث $\overline{دهط}$ فلان مثلثى $\overline{دهط}$ $\overline{دهز}$ على قاعدة واحدة وهى قاعدة $\overline{ده}$ وبين خطين متوازيين وهما $\overline{ده}$ $\overline{طز}$ فببرهان لـ $\overline{ز}$ من $\overline{ا}$ يكون مثلث $\overline{دهط}$ مثل مثلث $\overline{دهز}$ وقد بينا ان مثلث $\overline{دهط}$ مثل مثلث $\overline{اجب}$ فمثلث $\overline{اجب}$ مثل مثلث $\overline{دهز}$ لان المساوية

guli inter se aequales sunt, sin duobus rectis minor, triangulus, cuius angulus maior est, et ipse altero maior, sin duobus rectis maior, triangulus, cuius angulus minor est, altero triangulo maior est.

Sint duo anguli BAG , EDZ in duobus triangulis AGB , DEZ , et primum, sicut indicauimus, duobus rectis aequales sint, et angulus BAG maior. Iam ad punctum D lineae DE angulum EDH construimus angulo BAG aequalem. ita ut in I, 23 demonstratum est. Per punctum Z lineam $Z\Theta$ ducimus lineae DE parallelam, ita ut in [I] 31 demonstratum est, et lineam ΘE ducimus. Iam anguli BAG , $ED\Theta$ inter se aequales sunt, et summam duorum angulorum BAG , EDZ duobus rectis aequalem supposuimus; itaque summa duorum angulorum EDZ , $ED\Theta$ duobus rectis aequalis erit. Et quoniam linea $Z\Theta$ lineae DE parallela ducta est, ex I, 29 summa duorum angulorum in eadem parte intra positorem duobus rectis aequalis est. Itaque subtracto, qui communis est, $\angle ED\Theta$ relinquitur $\angle EDZ = D\Theta Z$. Et quoniam linea $Z\Theta$ lineae DE parallela est, angulus $DZ\Theta$ angulo EDZ aequalis erit. Quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt; itaque $\angle Z\Theta = \angle D\Theta Z$; quare latus DZ lateri $D\Theta$ aequale est. Uerum linea DZ lineae AG aequalis est; quare linea $D\Theta = AG$. Et $DE = AB$, $\angle BAG = \angle ED\Theta$; itaque basis BG basi $E\Theta$ aequalis est et $\triangle ABG = \triangle DE\Theta$. Et quoniam duo trianguli

$DE\Theta$, DEZ in eadem basi DE et inter duas lineas inter se parallelas DE , ΘZ positi sunt,

ex I, 37 erit $\triangle DE\Theta = \triangle DEZ$. Sed iam demonstrauius, triangulum $DE\Theta$ triangulo ABG aequalem esse. Ergo $\triangle ABG = \triangle DEZ$, quia, quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Q. n. e. d.

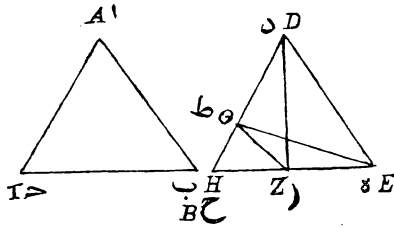


لشي واحد متساوية وذلك ما اردنا ان نبين . وايضاً في الصورة الثانية فانا نُنزل ان زاويتي $\overline{باج}$ $\overline{هـ دز}$ اصغر من زاويتين قائمتين وزاوية $\overline{باج}$ اعظم من زاوية $\overline{هـ دز}$ وضع $\overline{اب}$ مثل ضلع $\overline{ده}$ وضع $\overline{اج}$ مثل ضلع $\overline{دز}$ ونبين كما بينا قبل ان المثلث $\overline{ابج}$ اعظم من مثلث $\overline{دهز}$ فنعمل زاوية $\overline{هـ دح}$ مثل زاوية $\overline{باج}$ ونُخرج $\overline{زط}$ يوازي $\overline{ده}$ فلان مجموع زاويتي $\overline{باج}$ $\overline{هـ دز}$ اصغر من مجموع زاويتين قائمتين فمجموع زاويتي $\overline{هـ دط}$ $\overline{هـ دز}$ اصغر من مجموع زاويتين قائمتين لكن مجموع زاويتي $\overline{هـ دط}$ $\overline{دطز}$ مثل زاويتين قائمتين فاذا اسقطنا زاوية $\overline{هـ دط}$ المشتركة بقيت زاوية $\overline{هـ دز}$ اصغر من زاوية $\overline{دطز}$ لكن زاوية $\overline{هـ دز}$ مساوية لزاوية $\overline{دطز}$ المتبادلتان فزاوية $\overline{دزط}$ اصغر من زاوية $\overline{دطز}$ فبرهان يط من ا يكون ضلع $\overline{دز}$ اعظم من ضلع $\overline{دط}$ ونُنزل ان $\overline{دح}$ مثل $\overline{دز}$ ونُصل $\overline{ح هـ}$ فخط $\overline{دح}$ مثل خط $\overline{اج}$ وخط $\overline{ده}$ مثل خط $\overline{اب}$ وزاوية $\overline{باج}$ مثل زاوية $\overline{هـ دح}$ فبرهان د من ا يكون مثلث $\overline{ابج}$ مثل مثلث $\overline{هـ دح}$ لكن مثلث $\overline{هـ دح}$ اعظم من مثلث $\overline{دهز}$ فمثلث $\overline{ابج}$ اعظم من مثلث $\overline{دهز}$ وذلك ما اردنا ان نبين وايضاً في الصورة الثالثة فانا نُنزل ان مجموع زاويتي $\overline{باج}$ $\overline{هـ دز}$ اعظم من مجموع قائمتين فاقول ان مثلث $\overline{ابج}$ اصغر من مثلث $\overline{دهز}$ وذلك لانه تبقى

21 r. زاوية $\overline{هـ دز}$ اعظم من زاوية $\overline{دطز}$ وزاوية $\overline{هـ دز}$ مساوية لزاوية $\overline{دزط}$ فزاوية $\overline{دزط}$ اذن اعظم من زاوية $\overline{دطز}$ فبرهان [بط] من [ا] يكون ضلع $\overline{دط}$ اعظم من ضلع $\overline{دز}$ ونفصل $\overline{دح}$ مثل $\overline{دز}$ فبحسب البرهان المتقدم وبذلك الاستشهاد يتبين ان مثلث $\overline{هـ دح}$ مثل مثلث $\overline{ابج}$ لكن مثلث $\overline{هـ دط}$ اعظم من مثلث $\overline{ابج}$ ومثلث $\overline{هـ دط}$ مثل مثلث $\overline{دهز}$

Rursus in figura secunda supponimus, duos angulos BAG , EDZ duobus rectis minores esse et $\angle BAG > EDZ$ et latus AB lateri DE , latus AG lateri DZ aequale. Eodem modo, quo antea, demonstrabimus, triangulum ABG triangulo DEZ maiorem esse.

Angulum EDH angulo BAG aequalem construimus, et $Z\Theta$ lineae ED parallelam ducimus. Quoniam igitur summa duorum angulorum BAG , EDZ duobus rectis minor est, etiam summa duorum angulorum $ED\Theta$, EDZ duobus rectis minor erit. Summa autem duorum angulorum $ED\Theta$, $D\Theta Z$ duobus rectis aequalis est; itaque subtracto, qui communis est, angulo $ED\Theta$ relinquitur $\angle EDZ < D\Theta Z$. Est autem $\angle EDZ = \angle D\Theta Z$ (scr. $DZ\Theta$); nam duo anguli alterni sunt. Quare etiam $\angle DZ\Theta < D\Theta Z$. Itaque ex I, 19 latus DZ latere $D\Theta$ maius est. Ponimus $DH = DZ^*)$ et HE ducimus. Itaque linea DH lineae AG aequalis est; et $DE = AB$, $\angle BAG = \angle EDH$; quare ex I, 4 \triangle



$ABG = \triangle DEH$. Sed $\triangle DEH > \triangle DEZ$. Ergo $\triangle ABG > \triangle DEZ$. Q. n. e. d.

Rursus in figura tertia supponimus, summam duorum angulorum BAG , DEZ duobus rectis maiorem esse. Dico, triangulum ABG triangulo DEZ minorem esse. Quoniam enim relinquitur angulus EDZ maior angulo $D\Theta Z$,**) et $\angle EDZ = \angle DZ\Theta$, angulus $DZ\Theta$ angulo $D\Theta Z$ maior erit, et ex [I, 19] latus $D\Theta$ latere DZ maius.

Abscindimus DH lineae DZ aequalem. Et eodem modo iisdemque rationibus, quibus antea, demonstramus, triangulum

*) Non recte Z in HE positum.

**) Intellegitur igitur, positum esse ut supra $\angle ED\Theta = BAG$ et $Z\Theta$ rectae DE parallelam ductam esse.

فمثلت دَهز اعظم مِن مثلث $\overline{أبج}$ فمثلت $\overline{أبج}$ اصغر مِن مثلث
دَهز وذلك ما اردنا ان نبين .:

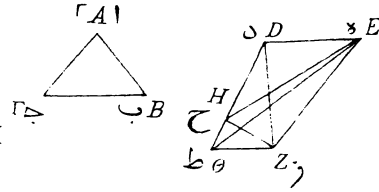
الشكل التاسع والثلاثون من المقالة الاولى

كل (ع) المثلثات المتساويات اذا كانت على قاعدة واحدة
في جهة واحدة فانها بين خطين (ط) متوازيين .: مثاله ان مثلثي
 $\overline{أبج}$ و $\overline{دبج}$ متساويان وهما على قاعدة واحدة وهي $\overline{بج}$ وبين
خطي $\overline{بج}$ ان $\overline{فاقول}$ ان $\overline{اد}$ مواز لخط $\overline{بج}$ برهانه انه ان امكن ان
تخرج من نقطة $\overline{ا}$ خطا اخر موازيا لخط $\overline{بج}$ غير خط $\overline{اد}$ فليخرج
فننزل انه خط $\overline{اه}$ وتخرج خط $\overline{جه}$ فلان مثلثي $\overline{أبج}$ و $\overline{بج ه}$ على
قاعدة واحدة وبين خطين متوازيين وهما خطا $\overline{بج}$ و $\overline{اه}$ فبرهان
لز من $\overline{ا}$ فان مثلث $\overline{أبج}$ مساو لمثلث $\overline{بج ه}$ لكن مثلث $\overline{أبج}$ مثل
مثلث $\overline{بج د}$ والمساوية لشي واحد فهي متساوية فمثلث $\overline{بج ه}$ مثل
مثلث $\overline{بج د}$ الاصغر مثل الاعظم هذا خلف غير ممكن فليس
يُمكن ان يُخرج من نقطة $\overline{ا}$ خط مواز لخط $\overline{بج}$ غير خط $\overline{اد}$
وكذلك لا يمكن ان يُخرج من نقطة $\overline{ا}$ خط يُوازي $\overline{بج}$ فوق خط
 $\overline{اد}$ وذلك ما اردنا ان نبين .:

الشكل الاربعون من المقالة الاولى

كل المثلثات المتساويات اذا كانت على قواعد متساوية
من خط واحد مستقيم وبين خطين فان الخطين متوازيان مثاله
ان مثلثي $\overline{أبج}$ و $\overline{دج ه}$ متساويان وعلى قاعدتين متساويتين وهما
 $\overline{بج}$ و $\overline{جه}$ من خط واحد وهو $\overline{به}$ وبين خطي $\overline{أب}$ و $\overline{ده}$ فانقول ان خط

DEH triangulo ABG aequalem esse. Uerum $\triangle DE\theta > ABG$. Et $\triangle DE\theta = DEZ$. Ergo $\triangle DEZ > ABG$, et $\triangle ABG < DEZ$. Q. n. e. d.



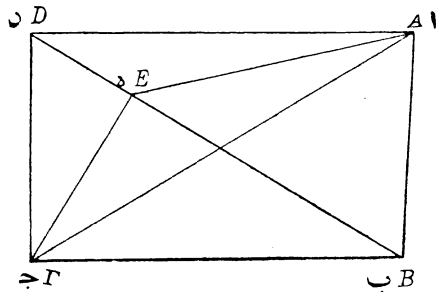
Propositio XXXIX libri primi.

Omnes trianguli inter se aequales in eadem basi ad eandem partem positi inter lineas inter se parallelas positi sunt.

Exemplificatio. Duo trianguli ABG , DBG inter se aequales in eadem basi BG et inter duas lineas BG , AD positi sint. Dico, AD lineae BG parallelam esse.

Demonstratio. Si fieri potest, ut a puncto A aliam lineam ac lineam AD lineae BG parallelam ducamus, ducatur. Supponamus, eam esse lineam AE . Lineam GE ducimus. Quoniam duo trianguli ABG , BGE in eadem basi et inter duas

lineas inter se parallelas lineas BG , AE positi sunt, ex I, 37 erit $\triangle ABG = BGE$. Sed $\triangle ABG = BGD$; et quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt; itaque $\triangle BGE = BGD$, minor maiori aequalis; quod absurdum est neque



fieri potest. Ergo fieri non potest, ut a puncto A linea lineae BG parallela ducatur alia ac AD . Et eodem modo fieri non potest, ut a puncto A linea lineae BG parallela supra lineam AD ducatur. Q. n. e. d.

Propositio XL libri primi.

Si trianguli inter se aequales in aequalibus basibus in eadem linea recta positis et inter duas lineas positi sunt, hae duae lineae inter se parallelae sunt.

اد موازٍ لخط به برهانه انه ان امكن ان نُخرج من نقطة ا خطاً موازياً لخط به غير خط اد فليُخرج ونُزل انه خط از فخط از موازٍ لخط به فمثلتنا اب ج جزءه على قاعدتي ب ج جه المتساويتين وبين خطي از به المتوازيين فببرهان ل ح من ا يكون مثلث اب ج مساوياً لمثلث جزه لكننا فرضنا مثلث اب ج مساوياً لمثلث جده والمساوية لشي واحد فهي متساوية فمثلث جده مثل مثلث جزه الاعظم مثل الاصغر هذا خلف غير ممكن فقد تبين انه ليس يمكن ان يُخرج من نقطة ا خط موازٍ لخط به غير خط اد وليس يمكن ان يُخرج ايضاً فوق خط اد خط يوازي خط به وذلك ما اردنا ان نُبين .

الشكل الحادي والاربعون من المقالة الاولى

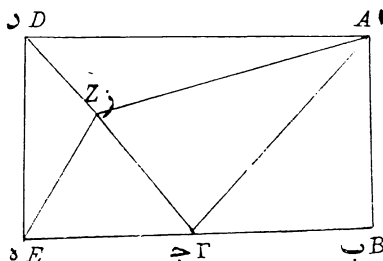
كل سطح متوازي الاضلاع قاعدته قاعدةٌ مثلثٍ وهما بين خطين متوازيين فانّ السطح المتوازي الاضلاع ضعف المثلث مثاله ان سطح اب ج د متوازي الاضلاع وقاعدته ج د وهي ايضاً قاعدةٌ 21 u. مثلث جده وهما بين خطي ج د اه المتوازيين فاقول ان سطح اب ج د ضعف مثلث جده برهانه انا نُخرج قطر اد فمن البيّن بحسب برهان لد ان القطر (يقطع) يقسم* سطح اب ج د بنصفين فسطح اب ج د ضعف مثلث ا ج د لكن مثلثي ا ج د جده على قاعدة واحدة وهي قاعدة ج د وبين خطين متوازيين وهما خطا ج د اه

*) Supra scriptum.

Exemplificatio. Duo trianguli ABG , DGE inter se aequales sint et in duabus basibus inter se aequalibus BG , GE in eadem linea BE positus et inter duas lineas AD , BE positi sint. Dico, lineam AD lineae BE parallelam esse.

Demonstratio. Si fieri potest, ut a puncto A aliam lineam ac lineam AD lineae BE parallelam ducamus, ducatur. Supponimus, eam esse lineam AZ , ita ut linea AZ lineae BE parallela sit. Itaque duo trianguli ABG , GZE in duabus basibus inter se aequalibus BG , GE et inter duas lineas AZ , BE inter se parallelas positi sunt.

Triangulus ABG igitur ex I, 38 triangulo GZE aequalis erit. Supposuimus autem, triangulum ABG triangulo GDE aequalem esse; et quae eidem



aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt: itaque triangulus GDE triangulo GZE aequalis erit. maior minori; quod absurdum est neque fieri potest. Ergo demonstratum est, fieri non posse, ut a puncto A linea lineae BE parallela ducatur alia ac linea AD . Neque fieri potest, ut supra lineam AD lineam lineae BE parallelam ducamus. Q. n. e. d.

Propositio XLI libri primi.

Si basis parallelogrammi basis est trianguli, et ambo inter duas lineas inter se parallelas posita sunt, parallelogrammum duplo maius erit triangulo.

Exemplificatio. Sit parallelogrammum $ABGD$ et basis eius GD , quae eadem sit basis trianguli GDE , et ambo inter duas lineas GD , AE inter se parallelas posita sint. Dico, spatium $ABGD$ triangulo GDE duplo maius esse.

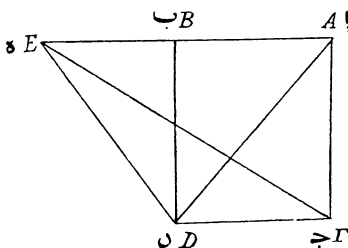
Demonstratio. Diametrum AD ducimus. Ex [I] 34 igitur manifestum est, diametrum spatium $ABGD$ in duas partes [aequales] diuidere; quare spatium $ABGD$ triangulo AGD duplo maius

فبرهان لـ يكون مثلث جده مثل مثلث اجد وقد تبين ان
سطح ا ب ج د ضعف مثلث ا ج د فسطح ا ب ج د ضعف سطح جده
فقد تبين ان كل سطح متوازي الاضلاع قاعدته قاعدة مثلث
وهما بين خطين متوازيين فان المتوازي ضعف المثلث وذلك ما
اردنا ان نبين .

الشكل الثاني والاربعون من المقالة الاولى

نريد ان نبين كيف نعمل سطحًا متوازي الاضلاع مساوية زاويته (ع)
لزائوية معلومة ومساوية لمثلث معلوم فلتكن الزاوية المعلومة زاوية
د والمثلث المعلوم مثلث ا ب ج ونريد ان نعمل سطحًا متوازي
الاضلاع مساوية زاويته لزائوية د ومساوية لمثلث ا ب ج فنقصد الى
احد اضلاع المثلث فنقسمه بنصفين بحسب برهان ي من ا فنزل
ان الضلع الذي نقسمه بنصفين ضلع ب ج على نقطة ه ونخرج
خط اه ونعمل على نقطة ه من خط ج ه زاوية مساوية لزائوية د بحسب
برهان ك من ا ولتكن زاوية ه ز ونخرج من نقطة ج خطًا موازيًا
لخط ه ز ومن نقطة ا خطًا موازيًا لخط ب ج بحسب برهان لا من ا
وليكن خط ا زح فلان مثلثي ا ب ه ا ه ج على قاعدتين متساويتين
وهما قاعدتا ب ه ه ج وارتفاعهما واحد وبين خطين متوازيين
وهما ب ج ا ح فان بحسب برهان لـ من ا يكون مثلث ا ب ه مثل
مثلث ا ه ج فمثلث ا ب ج ضعف مثلث ا ه ج لكن سطح ج ه ز ح متوازي
الاضلاع وقاعدته اعني ه ج قاعدة مثلث ا ه ج وهما بين خطين
متوازيين ب ج ا ح فبحسب برهان ما يكون سطح ج ه ز ح ضعف

est. Sed duo trianguli AGD , GDE in eadem basi GD et inter duas lineas inter se parallelas GD , AE positi sunt. Itaque ex (I) 37 $\triangle GDE = \triangle AGD$. Uerum etiam demonstratum est. spatium $ABGD$ duplo maius esse triangulo AGD ; quare spatium $ABGD$ duplo maius est spatio GDE . Ergo iam demonstratum est, si basis parallelogrammi eadem basis trianguli sit. et ambo inter duas lineas parallelas posita sint, parallelogrammum duplo maius esse triangulo. Q. n. e. d.



Propositio XLII libri primi.

Demonstrare uolumus, quo modo parallelogrammum. cuius angulus angulo dato aequalis sit, triangulo dato aequale construamus.

Sit angulus datus angulus D et triangulus datus triangulus ABG . Parallelogrammum igitur, cuius angulus angulo D aequalis sit, triangulo ABG aequale construere uolumus. Unum ex lateribus trianguli sumimus idque ex I, 10 in duas partes [aequales] diuidimus. Supponimus, nos latus BG in puncto E in duas partes [aequales] diuisisse. Ducta linea AE ad punctum E in linea GE positum ex I, 23 angulum angulo D aequalem construimus, qui sit angulus GEZ , et a puncto G lineam lineae EZ parallelam, a puncto A autem lineam lineae BG parallelam ex I, 31 ducimus, quae sit linea AZH . Quoniam duo trianguli ABE , AEG in basibus inter se aequalibus BE , EG sunt, et altitudo eorum eadem est, et inter duas lineas inter se parallelas, quae sunt BG , AH , positi sunt. ex I, 38 triangulus ABE triangulo AEG aequalis erit, et triangulus ABG duplo maior erit triangulo AEG . Sed spatium $GEZH$ parallelogrammum est, et basis eius EG basis trianguli AEG est, et ambo inter duas lineas inter se parallelas BG , AH posita sunt. Ex [I] 41 igitur spa-

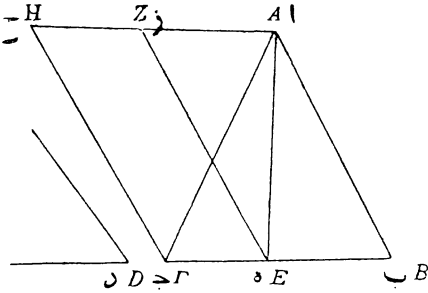
مثلث α وقد كُنّا بَيَّنّا ان مثلث α ضِعْف α والتي هي
اضعاف لشي واحد فهي متساوية فمتوازي α مساو لمثلث α
فقد عملنا سطح α متوازي الاضلاع مساوياً لمثلث α
المعلوم ومساوية زاويته اعني α لزاوية α المعلومة وذلك ما اردنا
ان نبين :

الشكل الثالث والاربعون من المقالة الاولى

كل سطح α متوازي الاضلاع على جنبتي α قطره سطحان
متوازي الاضلاع (يتيمان السطح α) فان السطحين المتيمان
الذين عن جنبتي القطر α متساويان مثاله ان سطح α
متوازي الاضلاع وقطره α وعن جنبتي قطره α از زد
يتيمان السطح فاقول انهما متساويان بهانه ان سطح α
متوازي الاضلاع وقطره α فببرهان لد فان كل واحد من
قطري α يزب يقسمان السطحين بنصفين فمثلث α مساو لمثلث
 α ومثلث α مساو لمثلث α فمجموع مثلثي α α α
مثل مجموع مثلثي α فاذا اسقطنا مجموع مثلثي α α
 α من مثلث α ومجموع مثلثي α α α من مثلث
 α بقى سطح α مثل سطح α المتيمان وذلك ما اردنا
ان نبين :

1) Atr. rubro additum.

tium $GEZH$ duplo maius est triangulo AGE . Iam autem demonstrauius, triangulum ABG duplo maiorem esse [triangulo] AGE . Et quae eodem duplo maiora sunt, inter se aequalia sunt; itaque parallelogrammum $GEZH$ triangulo ABG aequale est. Ergo parallelogrammum $GEZH$ triangulo dato ABG aequale construximus, et angulum eius GEZ angulo dato D aequalem fecimus. Q. n. e. d.

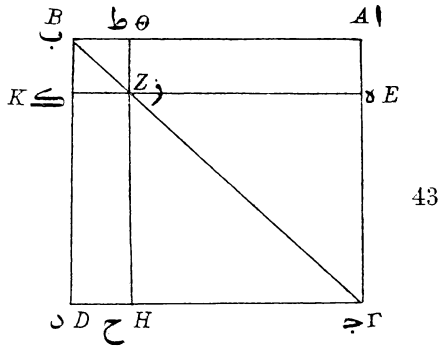


Propositio XLIII libri primi.

In quouis parallelogrammo, circum cuius diametrum posita sunt duo parallelogramma, spatia, quae complementa sunt spatiorum circum diametrum positorum, inter se aequalia sunt.

Exemplificatio. Sit parallelogrammum $ABGD$ diametrisque eius BG , et ab utraque parte diametri eius duo spatia sint AZ , ZD , quae complementa sint spatiorum. Dico. ea inter se aequalia esse.

Demonstratio. Quoniam spatium $ABGD$ parallelogrammum est, et BG eius diametrum, ex [I.] 34 utraque diametrum GZ , ZB duo spatia in binas partes [aequales] diuidit, et $\triangle EZG = GZH$, $\triangle \Theta BZ = BKZ$. Summa igitur duorum triangulorum EZG , ΘBZ summae triangulorum ZHG , BKZ aequalis est. Quare summa duorum triangulorum EZG , ΘBZ a triangulo ABG subtracta et summa duorum triangulorum ZHG , BKZ a triangulo



الشكل الرابع والاربعون من المقالة الاولى

نريد ان نبين كيف نعمل على خط مستقيم معلوم سطحًا متوازي الاضلاع مساويًا لمثلث معلوم ومساوية زاويته لزاوية معلومة فتجعل الحظ المعلوم خط $أب$ والمثلث المعلوم مثلث $جده$ والزاوية المعلومة زاوية $ز$ ونريد ان نبين كيف نعمل على خط $أب$ سطحًا متوازي الاضلاع مساويًا لمثلث $جده$ ومساوية زاويته لزاوية $ز$ فنخرج خط $أب$ على استقامة فننزل $أنا$ قد اخرجناه الى نقطة $ح$ ونجعل $بح$ مثل نصف $ده$ الذي هو قاعدة مثلث $جده$ ونعمل عليه سطحًا متوازي الاضلاع مساويًا لمثلث $جده$ وهو سطح $بطكح$ ومساوية زاوية $ح$ $بط$ منه لزاوية $ز$ وذلك بحسب برهان $مب$ ونخرج خط $طك$ على استقامة الى نقطة $ل$ ونخرج من نقطة $ا$ خطًا موازيًا لخط $بط$ ببرهان $لا$ وننزل $انه$ قد التقى مع خط $كطل$ على نقطة $ل$ ونصل بين نقطتي $ل$ $ب$ ونخرج خطي $لب$ $كح$ على استقامة فهما يلتقيان لان خطي $كح$ $ال$ متوازيان وقد وقع عليهما خط $لك$ فحسب برهان $كط$ فان مجموع الزاويتين الداخليتين اللتين في جهة واحدة مثل مجموع زاويتين قائمتين فمجموع زاويتي $لكم$ $كلم$ اصغر من مجموع زاويتين قائمتين فحسب ما بين اغانيس ببرهان الاشكال المقدمة لشكل $كط$ وبحسب ما تقدم اوقليدس في المصادرة فان خطي $كح$ $لب$ اذا اخرجنا التقيا فلننزل انهما قد التقيا على نقطة $م$ ونخرج من نقطة $م$ خطًا موازيًا لخط $كل$ ببرهان $لا$ وليكن خط $من$ ونخرج $لا$ على استقامة وننزل انه قد التقى مع خط $من$ على نقطة $ن$ ونخرج ايضًا خط $طب$ على

BDG subtracta relinquitur spatium AZ spatio ZD aequale, quae duo complementa sunt. Q. n. e. d.

Propositio XLIV libri primi.

Demonstrare uolumus, quo modo in recta linea data parallelogrammum construamus triangulo dato aequale, et cuius angulus angulo dato aequalis sit.

Lineam datam ponimus lineam AB , triangulum datum triangulum GDE , angulum datum angulum Z . Demonstrare uolumus, quo modo in linea AB parallelogrammum construamus triangulo GDE aequale, et cuius angulus sit angulus Z .

Lineam AB in directum producimus et supponimus, nos eam ad punctum H produxisse. [Rectam] BH dimidiam ponimus [rectae] DE , quae basis est trianguli GDE , et in ea parallelogrammum $B\theta KH$ ex [I] 42 ita construimus, ut triangulo GDE aequale sit, et angulus eius $HB\theta$ angulo Z aequalis sit. Lineam θK in directum ad punctum L producimus, et a puncto A ex [I] 31 lineam lineae $B\theta$ parallelam ducimus eamque supponimus cum linea $K\theta L$ in puncto L concurrere. Duo puncta L, B coniungimus et duas lineas LB, KH in directum producimus, donec concurrant. Quoniam enim duae lineae KH, AL inter se parallelae sunt, et linea LK in eas incidit, ex [I] 29 summa duorum angulorum interiorum ad eandem partem positorem summae duorum rectorum aequalis erit; quare summa duorum angulorum LKM, KLM summa duorum rectorum minor est. Itaque ex eo, quod Geminus in demonstratione propositionum propositioni XXIX praemissarum¹⁾ demonstraui, et ex eo, quod Euclides in postulato [5] praemisit, duae lineae KH, LB productae concurrunt. Supponamus, eas in puncto M concurrere, et a puncto M ex [I] 31 lineam lineae KL parallelam ducimus, quae sit linea MN . Et LA in directum productam cum linea MN in puncto N concurrere supponimus. Praeterea

¹⁾ U. supra p. 127 sqq.

الاستقامة ولينته الى خط $\overline{م ن}$ على نقطة $\overline{س}$ فسطح $\overline{ل م}$ متوازي
الاضلاع وقطره $\overline{ل م}$ وعلى قطره سطحا $\overline{ا ط}$ $\overline{س ح}$ متوازيبا الاضلاع
يقطعهما القطر وعن جنبتي القطر سطحان متوازيان يتّمان السطح
وهما سطحا $\overline{ن ب}$ $\overline{ب ك}$ فبحسب برهان $\overline{ب ك}$ فان المتّمين متساويان
اعنى ان سطح $\overline{ن ب}$ مثل سطح $\overline{ب ك}$ وسطح $\overline{ب ك}$ عملناه مثل
مثلث $\overline{ج د ه}$ فسطح $\overline{ن ب}$ مساو لمثلث $\overline{ج د ه}$ وكنا عملنا زاوية $\overline{ح ب ط}$
مثل زاوية $\overline{ز}$ لكن زاوية $\overline{ح ب ط}$ مساوية لزاوية $\overline{ا ب س}$ بحسب برهان
يه فزاوية $\overline{ا ب س}$ مثل زاوية $\overline{ز}$ فقد عملنا على خط $\overline{ا ب}$ المستقيم
سطح $\overline{ا س}$ المتوازي الاضلاع مساويا لمثلث $\overline{ج د ه}$ المفروض ومساوية
زاويته لزاوية $\overline{ز}$ وذلك ما اردنا ان نبين .

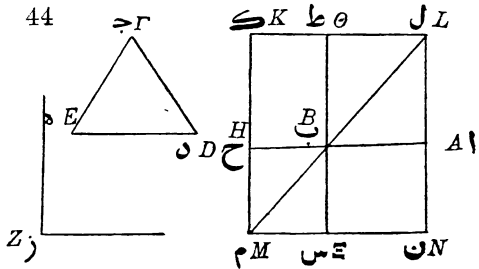
الشكل الخامس والاربعون من المقالة الاولى

نريد ان نبين كيف نعمل على خط مستقيم معلوم سطحاً
مربعاً قائم الزوايا فليكن الخط المفروض $\overline{ا ب}$ فنخرج من نقطة $\overline{ا}$
خطاً على زاوية قائمة مساوياً لخط $\overline{ا ب}$ كما بين ببرهان الشكل
المضاف الى يا وليكن خط $\overline{ا ج}$ ونخرج من نقطة $\overline{ج}$ خطاً [موازيبا
لخط $\overline{ا ب}$ ببرهان لا وبهذا العمل نخرج خط $\overline{ب د}$ موازياً^[1] لخط $\overline{ا ج}$
يلقى خط $\overline{ج د}$ على نقطة $\overline{د}$ فسطح $\overline{ا ب ج د}$ متوازي الاضلاع وبرهان
لد فان السطوح المتوازية الاضلاع كل ضلعين منها يتقابلان او^{22 u.}
زاويتين تتقابلان فهما متساويان فضع $\overline{ب د}$ مثل ضلع $\overline{ا ج}$ وكنا
اخرجنا ضلع $\overline{ا ج}$ مثل ضلع $\overline{ا ب}$ فضع $\overline{ب د}$ مثل ضلع $\overline{ا ب}$ وضع

¹⁾ Verba unciis inclusa in margine addita.

lineam ΘB in directum producimus, donec cum linea MN in puncto Ξ concurrat. Itaque spatium LM parallelogrammum est et diametrus eius LM . Et ad diametrum eius duo parallelogramma sunt $A\Theta$, ΞH , quae diametrum secant, et circum diametrum duo parallelogramma, quae spatii complementa sunt, NB , BK ; itaque ex [I] 43 complementa inter se aequalia sunt, hoc est $NB = BK$. Uerum spatium BK triangulo GDE aequale construximus; quare spatium

NB triangulo GDE aequale est. Et angulum $HB\Theta$ angulo Z aequalem construximus; angulus autem $HB\Theta$ ex [I] 15 angulo $AB\Xi$ aequalis est; itaque $\angle AB\Xi = \angle Z$.

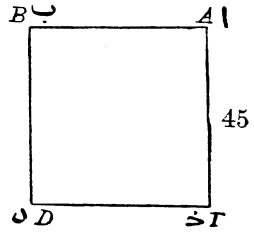


Ergo in recta linea AB parallelogrammum $A\Xi$ construximus dato triangulo GDE aequale, et cuius angulus angulo Z aequalis sit. Q. n. e. d.

Propositio XLV*) libri primi.

Demonstrare uolumus, quo modo in recta linea data quadratum construamus.

Sit linea data AB . A puncto A ad rectos angulos lineam ducimus lineae AB aequalem ita, ut in demonstratione propositionis propositioni XI additae**) demonstratum est, quae sit linea AG . A puncto G ex [I] 31 lineam $[GD]$ lineae AB parallelam ducimus et per eandem constructionem lineam BD lineae AG parallelam ducimus, quae cum linea GD in puncto D concurrat. Itaque spatium $ABGD$ parallelogrammum est. Sed ex [I] 34 in parallelogrammis duo



*) H. e. Euclidis prop. 46; prop. 45 deest.
 **) U. supra p. 73 sqq.

جد مثل ضلع \overline{AB} فالاضلاع الاربعة متساوية وزاوية \overline{D} مثل زاوية \overline{A} وزاوية \overline{A} عملناها قائمة فزاوية \overline{D} قائمة وزاوية \overline{B} مثل زاوية \overline{C} وعملنا زاوية \overline{C} قائمة فزاوية \overline{B} قائمة فالزوايا الاربعة كل واحدة منها قائمة فسطح \overline{AB} جد متساوى الاضلاع قائم الزوايا فقد عملنا على خط \overline{AB} سطحًا مربعًا قائم الزوايا وذلك ما اردنا ان نبين

الشكل السادس والاربعون من المقالة الاولى

كل مثلث قائم الزاوية فان (*1) المربع الكائن من الضلع الذى يوتر الزاوية القائمة مساو لجموع المربعين الكائنين من الضلعين الباقيين مثاله ان زاوية \overline{B} من مثلث \overline{ABC} قائمة فاقول ان المربع الكائن من ضلع \overline{BC} الموتر لزاوية \overline{B} القائمة مساو لجموع المربعين الكائنين من ضلعي \overline{AB} و \overline{AC} الصلغان المحيطان بالزاوية القائمة برهانه انا نعمل على خط \overline{BC} سطحًا مربعًا قائم الزوايا كما بينا عمله ببرهان \overline{me} وليكن مربع \overline{BCDE} ونعمل ايضًا على خطى \overline{AB} و \overline{AC} مربعى \overline{ABFG} و \overline{ACHI} قائمى الزوايا ونُخرج من نقطة \overline{A} خط \overline{AL} موازيًا لخطى \overline{BD} و \overline{CE} كما بين ببرهان

1-*) In margine est: فان تلبين وتر الزاوية القائمة في نفسه مثل
تلبين الضلعين الباقيين كل واحد منهما في نفسه .
Laterculus lateris recto angulo oppositi in se multiplicati aequalis est
laterculi utriusque reliquorum laterum in se multiplicati. — De usu
uocabuli تلبين cfr. Hyginus de cond. agr. p. 122, 17: sunt plin-
thides id est laterculi quadrati, et Archimedis epigramma II p. 452,
36. Haec significatio uocabuli تلبين in notis marginalibus libri se-
cundi Al-Narizii frequentissime adhibetur.

latera opposita et duo anguli oppositi inter se aequalia sunt, h. e. $BD = AG$. Uerum latus AG lateri AB aequale duximus; itaque latus BD lateri AB aequale est. Et $GD = AB$. Quattuor igitur latera inter se aequalia sunt. Et $\angle D = \angle A$. Angulum A autem rectum construximus; quare etiam $\angle D$ rectus est. Et $\angle B = \angle G$. Angulum G autem rectum construximus. Quare $\angle BAD$ (scr. ABD) rectus est, et quattuor anguli singuli recti sunt. Spatium $ABGD$ igitur aequilaterum et rectangulum est. Ergo in linea AB quadratum construximus. Q. n. e. d.

Propositio XLVI libri primi.

In triangulo, cuius angulus rectus est, quadratum lateris angulo recto oppositi summae duorum quadratorum reliquorum duorum laterum aequale est.

Exemplificatio. In triangulo ABG angulus BAG rectus sit. Dico, quadratum lateris BG angulo recto BAG oppositi summae duorum quadratorum duorum laterum AB , AG , quae angulum rectum comprehendunt, aequale esse.

Demonstratio. In linea BG quadratum construimus, ita ut in [I] 45 demonstrauius, quod sit quadratum $BGDE$. Rursus in duobus lateribus AB , AG duobus quadratis $ABZH$, $AOKG$ constructis a puncto A lineam AL duobus lineis BD , GE parallelam ducimus, ita ut in [I] 31 demonstratum est.

Duas lineas AD , GH ducimus. Iam quoniam a puncto A in linea BA duae lineae AG , AZ in partes diuersas ductae sunt, et utrimque effectus est angulus rectus: BAG , BAZ , ex I, 14 manifestum est, duas lineas AG , AZ in directum coniunctas esse, ita ut unam rectam efficiant.

Eadem demonstratione et eadem ratione demonstramus, duas lineas BA , $A\theta$ in directum coniunctas esse, ita ut unam rectam efficiant. Quoniam angulus ABH rectus angulo GBD recto aequalis est, angulo ABG communi sumpto totus angulus GBH toti angulo ABD aequalis est. Uerum $BH = AB$, et $BD = BG$; itaque [rectae] HB , BG rectis AB , BD aequales sunt. Et

لا ويُخرج خطى $\overline{اد جح}$ فلأنه قد أُخرج من نقطة $\overline{آ}$ من خط $\overline{بأ}$ خطا $\overline{اج}$ في جهتين مختلفتين فحدث عن جنبتيه زاويتا $\overline{باج}$ $\overline{باز}$ وكل واحد منهما قائمة فمن البين بحسب برهان يد ان خطى $\overline{اج}$ $\overline{از}$ قد اتصلا على استقامة فصارا خطا واحداً وبمثل هذا البرهان والاستشهاد يتبين ان خطى $\overline{با}$ $\overline{اط}$ قد اتصلا على استقامة فصارا خطا واحداً فلان زاوية $\overline{ابح}$ القائمة مساوية لزاوية $\overline{جبد}$ القائمة وناخذ زاوية $\overline{ابج}$ مشتركة فزاوية $\overline{جبح}$ باسرها مساوية لزاوية $\overline{ابد}$ باسرها وضيع $\overline{بح}$ مساو لضيع $\overline{اب}$ وضيع $\overline{بد}$ مساو لضيع $\overline{بج}$ فضلعا $\overline{ج ب}$ $\overline{ب ج}$ مساويان لضيعى $\overline{اب}$ $\overline{ب د}$ وزاوية $\overline{ابد}$ مساوية لزاوية $\overline{جبح}$ فبحسب برهان د يكون مثلث $\overline{جبح}$ مساوياً لمثلث $\overline{ابد}$ ولان سطح $\overline{ابزح}$ متوازي الاضلاع وقاعدته قاعدة مثلث $\overline{جبح}$ وهى خط $\overline{ح ب}$ وهما بين خطى $\overline{ز ج}$ $\overline{ح ب}$ المتوازيين فبحسب برهان ما يكون سطح $\overline{ابزح}$ ضعف مثلث $\overline{جبح}$ وايضا فان سطح $\overline{بدمل}$ متوازي الاضلاع وقاعدته قاعدة مثلث $\overline{ابد}$ وهى خط $\overline{ب د}$ وهما بين خطى $\overline{ال ب د}$ المتوازيين فبرهان ما يكون سطح $\overline{بدمل}$ ضعف مثلث $\overline{ابد}$ وقد كنا بينا ان مثلث $\overline{ابد}$ مساو لمثلث $\overline{جبح}$ وان سطح $\overline{ابزح}$ ضعفه والتى هى اضعاف لشي واحد فهى متساوية فمربع $\overline{ابزح}$ مساو لسطح $\overline{بدمل}$ وبمثل هذا البرهان والاستشهاد يتبين ان سطح $\overline{جهمل}$ مساو لمربع $\overline{اجطك}$ فسطح $\overline{بجده}$ باسره مساو لمجموع مربعى $\overline{ابزح}$ $\overline{اجطك}$ فقد تبين ان المربع الكائن من ضلع $\overline{ب ج}$ الموتر لزاوية $\overline{باج}$ القائمة مساو لمجموع المربعين الكائنين من

$\angle ABD = \angle GBH$; itaque ex [I] 4 $\triangle GBH = ABD$. Quoniam spatium $ABZH$ parallelogrammum est, basisque eius eadem basis trianguli GBH , scilicet linea HB , et ambo inter lineas inter se parallelas ZG, HB posita sunt, spatium $ABZH$ ex I, 41 triangulo GBH duplo maius erit.

Rursus quoniam spatium $BDML$ parallelogrammum est, basisque eius basis trianguli ABD , scilicet linea BD , et ambo inter lineas inter se parallelas AL, BD posita sunt, spatium $BDML$ ex I, 41 triangulo ABD duplo

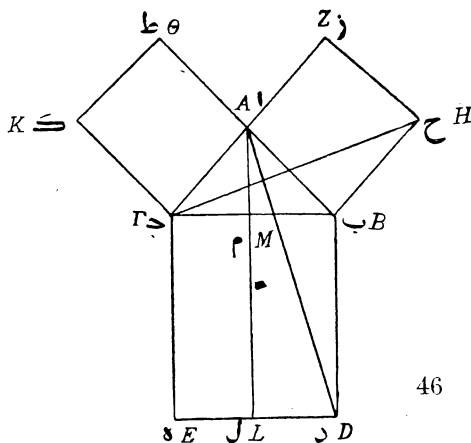
maius erit. Sed iam demonstrauius, triangulum ABD triangulo GBH aequalem esse. Et spatium $ABZH$ eo duplo maius est; quae autem eodem duplo maiora sunt, inter se aequalia sunt; itaque quadratum $ABZH$ spatio $BDML$ aequale est.

Eadem demonstratione et eadem ratione

demonstramus, spatium $GEML$ quadrato $AGOK$ aequale esse. Ergo totum spatium $BGDE$ summae duorum quadratorum $ABZH, AGOK$ aequale est. Iam igitur demonstratum est, quadratum lateris BG angulo BAG recto oppositi summae duorum quadratorum laterum AB, AG aequale esse. Q. n. e. d.

Additamentum Heronis ad hanc propositionem. Demonstrare uolumus, tres lineas, duas scilicet, quae a duobus angulis duorum quadratorum ad duos angulos trianguli rectanguli ducantur, et lineam, quae ab angulo eius recto duobus lateribus quadrati parallela ducatur, in eodem puncto inter se secare. Quod quo facilius demonstretur, tres notiones praemittimus.

Prima: In triangulo ABG linea DE basi BG parallela ducta et per lineam AHZ in duas partes aequales diuisa linea



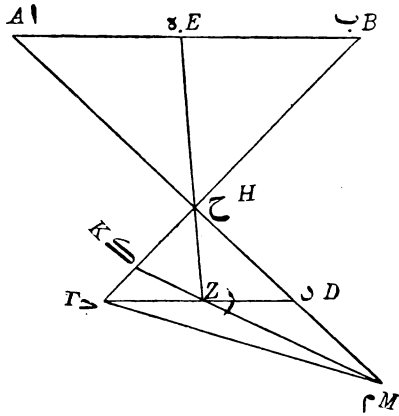
ضلعى $\overline{اب}$ $\overline{اج}$ وذلك ما اردنا ان نبين : زيادة في هذا الشكل لايرن نريد ان نبين ان الخطوط الثلاثة اعنى اللذين يخرجان من زاويتي المربعين الى زاويتي المثلث القائم الزاوية والذي يخرج ^{23 r.} من زاويته القائمة موازياً لضلعى المربع تتقاطع على نقطة واحدة فنوطى لذلك ثلثة معان الاول منها انه اذا اخرج في مثلث $\overline{ابج}$ خط $\overline{ده}$ موازياً لقاعدة $\overline{بج}$ وقسم $\overline{بج}$ بنصفين بخط $\overline{احز}$ فان خط $\overline{دح}$ ايضا يكون مثل خط $\overline{ح}$ فلنخرج على نقطة $\overline{ا}$ خط $\overline{طك}$ موازياً لخط $\overline{بج}$ كما بين برهان لا وكذلك نُجيز على نقطتي $\overline{ده}$ خطي $\overline{كهم}$ $\overline{طدل}$ يوازيان خط $\overline{احز}$ ونصل $\overline{دز}$ وهز فمثلنا $\overline{ابز}$ $\overline{ازج}$ متساويان لانهما على قاعدتين متساويتين وارتفاعهما على نقطة واحدة وهى نقطة $\overline{ا}$ وذلك بحسب برهان لى وايضا فبحسب هذا البرهان فلان مثلثي $\overline{ب د ز}$ $\overline{ز ه ج}$ على قاعدتي $\overline{ب ز}$ $\overline{ز ه}$ المتساويتين وبين خطي $\overline{ب ج}$ $\overline{ده}$ المتوازيين فان مثلث $\overline{ب د ز}$ مساو لمثلث $\overline{ز ه ج}$ فاذا اسقطناهما من مثلثي $\overline{ابز}$ $\overline{ازج}$ المتساويين بقى مثلث $\overline{اذز}$ مثل مثلث $\overline{اهز}$ ولان قاعدة كل واحد من هذين المثلثين المتساويين خط $\overline{از}$ وخط $\overline{اهز}$ قاعدة لسلكي $\overline{ال}$ $\overline{ام}$ المتوازيين فان كل واحد من سلكي $\overline{ال}$ $\overline{ام}$ المتوازيين مثلاً مثلثه برهان ما والاشيا التي هي مثلان لشي واحد فهي متساوية فمتوازي $\overline{ال}$ مثل متوازي $\overline{ام}$ وهما على قاعدتي $\overline{لز}$ $\overline{زم}$ وبين خطين متوازيين فبحسب عكس برهان لو فان قاعدة $\overline{لز}$ مثل قاعدة $\overline{زم}$ وبحسب برهان لد يكون خط $\overline{دح}$ مثل خط $\overline{هح}$ وذلك ما اردنا ان نبين : والمعنى الثاني انه اذا اجيز فيما بين خطي $\overline{اب}$ $\overline{جد}$ وهما متوازيان ثلثة

خطوط تتقاطع على نقطة واحدة كخطوط $\overline{ب ج د}$ $\overline{ه ز}$ تتقاطع على نقطة $\overline{ح}$ فيصير خط $\overline{ج ز}$ مساوياً لخط $\overline{ز د}$ فان خط $\overline{ا ه}$ يكون مثل خط $\overline{ه ب}$ فلنوطى لذلك انه متى كان خط $\overline{ا ح}$ اعظم من خط $\overline{ح د}$ فان خط $\overline{ب ح}$ يكون اعظم من خط $\overline{ح د}$ وان كان مساوياً له كان مساوياً له وان كان اصغر منه كان اصغر منه فلننزل ان $\overline{ا ح}$ اعظم من $\overline{ح د}$ فاقول ان $\overline{ب ح}$ اعظم من $\overline{ح د}$ فان لم يكن اعظم منه فانه مثله او اصغر منه فلننزل انه مثله ونخرج $\overline{ح د}$ الى $\overline{م}$ حتى يكون $\overline{ح م}$ مثل $\overline{ا ح}$ فضلعا $\overline{ا ح}$ $\overline{ب ح}$ مثل ضلعي $\overline{م ح}$ $\overline{ح د}$ وزاوية $\overline{ا ح ب}$ مساوية لزاوية $\overline{ج ح م}$ وذلك ببرهان يه واما بحسب برهان $\overline{د}$ فان قاعدة $\overline{ج م}$ مثل قاعدة $\overline{ا ب}$ وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا فزاوية $\overline{ح ج م}$ مساوية لزاوية $\overline{ا ب ح}$ ببرهان $\overline{ك ز}$ فان خط $\overline{ا ب}$ مواز لخط $\overline{ج م}$ فيكون بحسب $\overline{ل}$ خط $\overline{ج م}$ موازياً لخط $\overline{ج د}$ وهما يتقاطعان هذا خلف فليس $\overline{ب ح}$ مساوياً لخط $\overline{ح د}$ فلننزل انه اصغر منه ونفصل $\overline{ح ك}$ مساوياً لخط $\overline{ب ح}$ ونصل $\overline{ك م}$ فيتبين بمثل ذلك ان $\overline{ك م}$ مواز لخط $\overline{ب ا}$ وذلك خلف ان كان خط $\overline{ب ا}$ موازياً لخط $\overline{د ج}$ فليس اذن $\overline{ب ح}$ باصغر من $\overline{ح د}$ فهو اذن اعظم منه وكذلك يتبين انه متى كان $\overline{ا ح}$ مثل $\overline{ح د}$ كان $\overline{ب ح}$ مثل $\overline{ح د}$ ومتى كان اصغر منه كان اصغر منه فاذا قد وُطِيَ ذلك فلنبتين الآن ان $\overline{ج ز}$ متى كان مثل $\overline{ز د}$ فان $\overline{ا ه}$ يكون مثل $\overline{ه ب}$ فلننزل $\overline{ا ح}$ اصغر من $\overline{ح د}$ فين اليين لما وطأناه ان $\overline{ب ح}$ اصغر من $\overline{ح د}$ فنفصل $\overline{ح ط}$ مثل $\overline{ا ح}$ و $\overline{ك م}$ مثل $\overline{ب ح}$ ونصل $\overline{ط ك}$ فخطا $\overline{ا ح}$ $\overline{ب ح}$ مثل خطي $\overline{ك ح}$ $\overline{ح ط}$ 23 u. وزاوية $\overline{ا ح ب}$ مساوية لزاوية $\overline{ط ح ك}$ وقاعدة $\overline{ا ب}$ مساوية لقاعدة $\overline{ك ط}$

Quod quo facilius demonstramus, praemittimus, si linea AH linea HD maior sit, lineam BH linea HG maiorem esse, si aequalis, aequalem, si minor, minorem.

Supponamus $AH > HD$. Dico, esse $BH > HG$. Si enim ea maior non est, aut ei aequalis aut ea minor est. Supponamus igitur, eam aequalem esse. HD ad M producimus ita, ut sit $HM = AH$. Itaque AH, HB lateribus MH, HG aequalia sunt, et ex [I] 15 $\angle AHB = \angle GHM$; quare ex [I] 4 basis GM basi AB aequalis erit et omnes anguli omnibus angulis aequales. Itaque $\angle HGM = \angle ABH$. Quare ex [I] 27 linea AB lineae GM parallela erit. Itaque ex [I] 30 linea GM lineae GD parallela erit, quae inter se secant. Quod absurdum est. Ergo BH lineae HG aequalis non est.

Supponamus autem, eam minorem ea esse. Abscindimus HK lineae BH aequalem et KM ducimus. Eodem modo demonstratur, KM lineae BA parallelam esse. Quod absurdum est, quoniam linea BA lineae DG parallela est. Itaque BH linea HG minor non est. Ergo ea maior est. Eodem modo demonstratur, si $AH = HD$, esse $BH = HG$, et si minor, minorem.

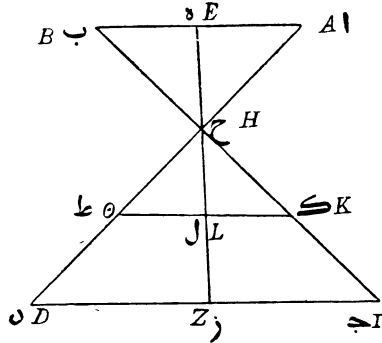


Hoc praemisso iam demonstramus, si $GZ = ZD$, esse $AE = EB$. Supponamus igitur $AH < HD$. Tum ex praemissis manifestum erit, BH minorem esse linea HG . Abscis $H\Theta = HA$ et $HK = HB$ ducimus ΘLK . Itaque AH, HB lateribus $KH, H\Theta$ aequalia sunt, et $\angle AHB = \angle HKL$; quare basis AB basi $K\Theta$ aequalis et omnes anguli omnibus angulis aequales. Itaque $\angle HKL = \angle EBH$. Uerum $\angle EHB = \angle KHL$ et $BH = HK$; erit igitur ex [I] 26 $KL = BE$. Eadem demonstratione et eadem ratione demonstramus,

وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا فزاوية $\overline{ح ك ل}$ مثل زاوية $\overline{ه ب ح}$ وزاوية $\overline{ه ج ب}$ مثل زاوية $\overline{ك ح ل}$ وضلع $\overline{ب ح}$ مثل ضلع $\overline{ح ك}$ فبرهان $\overline{كو}$ ¹⁾ يكون ضلع $\overline{ك ل}$ مثل ضلع $\overline{ب ه}$ وبهذا البرهان والاستشهاد يتبين ان خط $\overline{اه}$ مثل خط $\overline{ط ل}$ فلان زاوية $\overline{ح ك ط}$ مساوية لزاوية $\overline{اب ج}$ فبرهان $\overline{كو}$ يكون خط $\overline{اب}$ موازيًا لخط $\overline{ط ك}$ لكن خط $\overline{اب}$ مواز لخط $\overline{ج د}$ فبرهان $\overline{ل}$ يكون خط $\overline{ك ط}$ موازيًا لخط $\overline{ج د}$ ولما بينا في المعنى الاول اذا كان $\overline{ج ز}$ مثل $\overline{ز د}$ فان $\overline{ك ل}$ مثل $\overline{ل ط}$ فخط $\overline{اه}$ اذن مثل خط $\overline{ه ب}$ وكذلك يتبين ما قصدنا له ان كان $\overline{اح}$ مثل $\overline{ح د}$ او كان اعظم منه والمعنى الثالث انه ان كان في سطح $\overline{اب}$ المتوازي الاضلاع $\overline{اه ح د ح د ج ب}$ متوازي الاضلاع وكان سطح $\overline{د ز}$ مثل سطح $\overline{ه ج}$ ووُصِلَ خط $\overline{اح}$ وأُخْرِجَ على الاستقامة لقي نقطة $\overline{ب}$ فلتوصل خطوط $\overline{ه ك د ه د ز ج ط ز}$ ولنُخْرِجَ $\overline{اح}$ على الاستقامة الى $\overline{ط}$ وليوصل $\overline{ط ب}$ فاقول ان $\overline{اح ط ب}$ مستقيم اعني ان خط $\overline{اط}$ قد اتصل بخط $\overline{ط ب}$ على استقامة برهانه ان سطح $\overline{د ز}$ وضع مساويًا لسطح $\overline{ه ج}$ فيكون مثلث $\overline{ه ج ز}$ مثلث مثلث $\overline{ه ج ح}$ وناخذ مثلث $\overline{ح ج ز}$ مشتركًا فيكون مثلث $\overline{د ج ز}$ مثلث مثلث $\overline{ه ج ز}$ وهما على قاعدة واحدة وهي قاعدة $\overline{ج ز}$ وبين خطي $\overline{ج ز د ه}$ فبرهان $\overline{ل ط}$ فان خط $\overline{ج ز}$ مواز لخط $\overline{د ه}$ وخط $\overline{ه ك}$ مساو لخط $\overline{ك د}$ وذلك بين لان مثلث $\overline{اه ك}$ مثل مثلث $\overline{د ك ح}$ وذلك ببرهان لد مع برهان $\overline{ك ط}$ ومع برهان $\overline{كو}$ واما بحسب المعنى الثاني من هذه المعاني فان خط $\overline{ج ط}$ مثل خط $\overline{ط ز}$ لكن خط $\overline{ب ز}$ مثل خط

¹⁾ In margine additum.

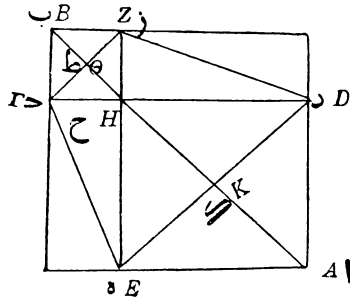
ineam AE lineae ΘL aequalem esse. Iam quoniam $\angle HK\Theta = \angle ABG$, ex [I] 27 linea AB lineae ΘK parallela erit. Uerum linea AB lineae GD parallela est; itaque ex [I] 30 linea $K\Theta$ lineae GD parallela erit. Sed ex eo, quod in notione prima demonstrauimus, erit $KL = L\Theta$, si $GZ = ZD$. Ergo $AE = EB$. Et eodem modo demonstratur, quod nobis proposuimus, si AH lineae HD aequalis aut ea maior est.



Notio tertia. Si in parallelogrammo AB duo sunt parallelogramma $AEHD$, $HGBZ$, et spatium $DZ = EG$ et linea AH ducta in directum producit in punctum B cadit.

Lineae EKD , EG , DZ , $G\Theta Z$ ducantur. AH in directum ad Θ producamus, et ΘB ducatur. Dico, $AH\Theta B$ rectam esse, h. e. lineam $A\Theta$ in directum cum linea ΘB coniunctam esse.

Demonstratio. Spatium DZ supposuimus spatium EG aequale. Itaque $\triangle DHZ = EGH$. Triangulo HGZ communi sumpto erit $\triangle DGZ = EGZ$, qui trianguli in eadem basi GZ et inter duas lineas GZ , DE positi sunt. Ex [I] 39 igitur linea GZ lineae DE parallela est. Et $EK = KD$, quoniam ex [I] 34, 29, 26 $\triangle AEK = DKH$. Ex secunda igitur harum notionum $G\Theta = \Theta Z$. Sed ex [I] 34 $BZ = GH$. Itaque ΘG , GH lateribus BZ , $Z\Theta$ aequalia sunt. Et ex [I] 29 $\angle BZ\Theta = HG\Theta$; quare basis $B\Theta = \Theta H$ et $\angle B\Theta Z = G\Theta H$. Angulo igitur $H\Theta Z$ communi sumpto erit $G\Theta H + H\Theta Z = B\Theta Z + Z\Theta H$. Sed $G\Theta H + Z\Theta H = 2R$; itaque $B\Theta Z + Z\Theta H = 2R$. A puncto Θ igitur in linea $Z\Theta$ in diuersas partes ductae sunt duae lineae $A\Theta$, ΘB ita, ut



ج ح وذلك ببرهان لد فخطا ط ح ج ح مثل خطى ب ز ط و زاوية
 ب ز ط مثل زاوية ح ج ط وذلك ببرهان د من ا فان قاعدة ب ط
 مثل قاعدة ط ح و زاوية ب ط ز مساوية لزاوية ج ط ح و ناخذ زاوية
 ح ط ز مشتركة ف مجموع زاويتي ج ط ح ح ط ز مثل مجموع زاويتي
 ب ط ز ز ط ح لكن مجموع زاويتي ج ط ح ز ط ح مثل مجموع زاويتي
 قائمتين ف مجموع زاويتي ب ط ز ز ط ح مثل مجموع زاويتي قائمتين
 فقد خرج من نقطة ط من خط ز ط خطان في جهتين مختلفتين
 وهما خط [ا] ا ط ب فصير الزاويتين اللتين عن جنبتيه معادلتين
 لزاويتي قائمتين فخط [ا] ا ط ب قد اتصلا على استقامة وصارا خطأ
 واحداً وذلك ما اردنا ان نبين .: فان قد قد منا هذه المعانى
 فلننزل ان مثلث ا ب ج زاوية ا منه قائمة وقد عمل على ب ج مربع
 ج د وعلى ا ب مربع ا ب ه ز وعلى ا ج مربع ا ج ح ط وأخرج من نقطة ا
 خط ا ك موازياً لخط ب د ووصل خط ه ج فقاطع خط ا ل على تقطة
 م ووصل خط ح م ثم وصلت نقطة م بنقطة ب فاقول ان خط م ب
 على استقامة خط ح م فليخرج خطا ه ب ح ج على الاستقامة حتى
 يلتقيا على نقطة س وتجاوز على نقطة م خط ع م ف موازياً لخط س ه
 وخط ص م ق موازياً لخط ز ج كما بين اخراجه ببرهان لا ويوصل
 24 r. خطا س ا ط ز فخط ط ا مثل خط ا ج وخط ز ا مثل خط ا ب فخطا ب ا
 ا ج مثل خطى ز ا ا ط و زاوية ب ا ج مثل زاوية ز ا ط ف قاعدة ب ج مثل
 قاعدة ط ز وذلك ببرهان د وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا فزاوية
 ا ب ج مثل زاوية ط ز ا لكن زاوية ا ب ج مثل زاوية ج ا ك لان ا ك
 عمود في مثلث ا ب ج القائم الزاوية فزاوية ط ز ا مثل زاوية ج ا ك و زاوية

duo anguli ad eam positi duobus rectis aequales sint. Ergo lineae $A\Theta$, ΘB in directum coniunctae unam efficiunt lineam. Q. n. e. d.

His notionibus praemissis supponamus, angulum A in triangulo ABG rectum esse.

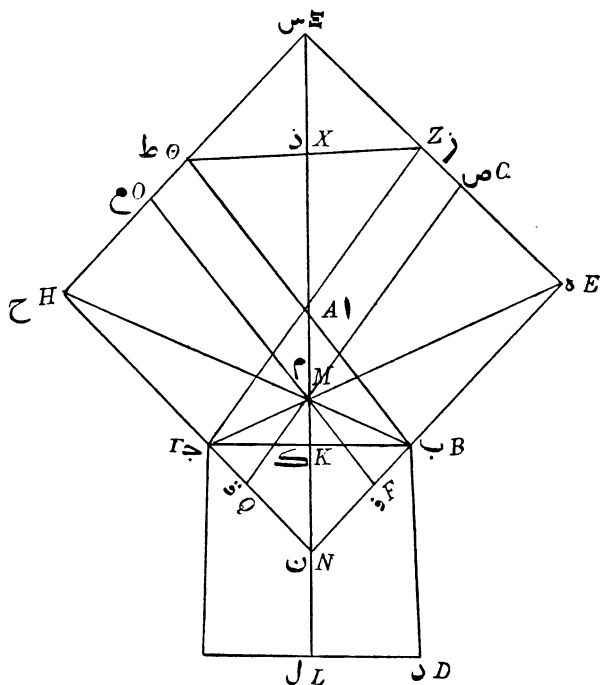
In BG quadratum GD , in AB quadratum $ABEZ$, in AG quadratum $AGH\Theta$ constructum est. A puncto A ducitur linea AKL lineae BD parallela, et linea EG ita ducitur, ut linea AL in puncto M secetur. Linea MH ducta punctum M cum puncto B coniungatur. Dico, lineam MB in directum lineae HM ductam esse.

Lineas EB , HG in directum producamus, donec in puncto $[N$ concurrant, lineas autem EZ , $H\Theta$, donec in puncto] Ξ concurrant, et linea OMF lineae ΞE parallela per punctum M ducatur, et ex

[I] 31 linea CMQ lineae ZG parallela ducatur, ducanturque lineae ΞA , ΘZ . Iam $\Theta A = AG$, et $ZA = AB$.

Itaque BA , $AG = ZA$, $A\Theta$. Et $\angle BAG = \angle ZA\Theta$; basis igitur BG ex [I] 4 basi ΘZ aequalis est, et omnes anguli omnibus

angulis aequales. Itaque $\angle ABG = \angle \Theta ZA$. Sed $\angle ABG = \angle GAK$, quoniam AK in triangulo rectangulo perpendicularis est; quare



طزا مثل زاوية سـاز لانه قد أُخرج في متوازي سـا قطرا سـا طز
يتقاطعان على نقطة ن فيصير زن مساويا لخط ان فزاوية سـاز مثل
زاوية جـاك وناخذ زاوية سـاج مشتركة ف مجموع زاويتي سـاز سـاج
مثل مجموع زاويتي مـاج جـاس لكن بحسب برهان بـج فان مجموع
زاويتي سـاز سـاج مثل مجموع زاويتين قائمتين ف مجموع زاويتي
سـاج جـام مثل مجموع زاويتين قائمتين ف بحسب برهان [يد] فان
خط سـام مستقيم وهو قطر لمتوازي سـم ف بحسب برهان بـج فان
مـتمم¹⁾ (اص مساو لمـتمم اع وناخذ سطح ام مشتركاً فسطح مـط
مثل سطح مـز وايضا فان سطح زن متوازي الاضلاع وقطره مـج
وعن جنبتيه سطحاً زم من المتوازيان وهما المـتممان فمـتمم زم مثل
مـتمم من فسطح من اذا مساو لسطح مـط ف بحسب ما بُرهان في
المعنى الثالث من المعانى الموطاة لهذا الشكل يكون خط
بـم ح مستقيماً وذلك ما اردنا ان نبين :

زيادة في الشكل السادس والاربعين

لثابت بن قزوة الحراني الصابي قال ثابت بن قزوة كل مثلث
قائم الزاوية فان المربع الكائن من الضلع الذي يوتر الزاوية
القائمة مثل مجموع المربعين الكائنين من الضلعين اللذين
يُحيطان بالزاوية القائمة مثاله ان مثلث ا ب ج زاوية بـا ج منه قائمة
فاقول ان المربع الكائن من ضلع بـج مساو لمجموع المربعين
الكائنين من ضلعي ا ب ا ج برهانه انا نفعل على خط ا ب مربع

¹⁾ In margine clarius scriptum.

$\angle \Theta ZA = GAK$. Uerum $\angle \Theta ZA = \Xi AZ$; nam quoniam in rectangulo ΞA duae ductae sunt diametri ΞA , ΘZ , quae in puncto X inter se secant, erit $ZX = AX$. Quare etiam $\angle \Xi AZ = GAK$. Angulo igitur ΞAG communi sumpto erit $\angle \Xi AZ + \Xi AG = \angle MAG + GA\Xi$. Sed ex [I] 13 $\angle \Xi AZ + \Xi AG = 2 R$; quare etiam $\angle \Xi AG + GAM = 2 R$. Itaque ex [I, 14] linea ΞAM recta est, et eadem diametrus parallelogrammi ΞM ; quare ex [I] 43 complementum AC complemento AO aequale. Spatio igitur AM communi sumpto spatium $M\Theta$ spatio MZ aequale erit. Rursus spatium ZN parallelogrammum est, cuius diametrus EMG , et ad utramque partem eius duo spatia parallelogramma ZM , MN , quae complementa sunt; complementum igitur ZM complemento MN aequale. Itaque spatium MN spatio $M\Theta$ aequale est. Et ex notione tertia notionum huic propositioni praemissarum linea BMH recta est. Q. n. e. d.

Additamentum ad propositionem XLVI Tsabiti Ibn Qurrae Harrensis Sabii. Tsabit Ibn Qurra dixit: In quouis triangulo rectangulo quadratum lateris angulo recto oppositi summae quadratorum duorum laterum, quae rectam angulum comprehendunt, aequale erit.

Exemplificatio. In triangulo ABG angulus BAG rectus est. Dico, quadratum lateris BG summae duorum quadratorum duorum laterum AB , AG aequale esse.

Demonstratio. Constructo in linea AB quadrato AD lineam AG ad punctum Z producimus. et linea EZ lineae AG aequalis sit. Iam constructo in linea EZ quadrato EH [lineam] $D\Theta K$ [lineae] AG aequalem facimus.

Quoniam igitur AG [lineae] EZ aequalis ducta est, [linea] EG communi subtracta relinquitur $AE = GZ$. Sed $AE = AB$; erit igitur $AB = GZ$. Rursus quoniam DK [lineae] $E\Theta$ aequalis ducta est, communi $D\Theta$ subtracta relinquitur $ED = \Theta K$. Et $ED = AB$; itaque quattuor latera quattuor triangulorum, AB , GZ , BD , ΘK inter se aequalia sunt. Et eodem modo demonstramus, inter se aequalia esse quattuor reliqua latera AG , ZH , DK , ΘH .

أَدَ وَخُرَجَ خَطَ أَجَ إِلَى نَقْطَةِ زَ وَلَيْكُنْ خَطَ هَزَ مِثْلَ خَطِ أَجَ وَنَعْمَلْ
 عَلَى خَطِ هَزَ مَرِيعَ هَ حَ وَنُخْرِجَ دَطَكَ مِثْلَ أَجَ فَلَانَ أَجَ أُخْرِجَ مِثْلَ
 هَزَ فَإِذَا اسْقَطْنَا هَ جَ الْمَشْتَرَكِ بَقِيَ أَا مِثْلَ جَزَ لَكِنْ أَا مِثْلَ أَبَ
 فِخَطِ أَبَ مِثْلَ خَطِ جَزَ . . . وَإِضًا دَكَ أُخْرِجَ مِثْلَ هَطَ فَنَلْقَى دَطَ
 الْمَشْتَرَكِ فَيَبْقَى هَدَ مِثْلَ طَكَ وَخَطَ هَدَ مِثْلَ خَطِ أَبَ فَالْأَرْبَعَةُ
 الْأَضْلَاعُ مِنَ الْأَرْبَعِ الْمَثَلَّثَاتِ مَتَسَاوِيَةٌ أَعْنَى أَبَ جَزَ بَدَ طَكَ
 وَكَذَلِكَ نَبَيِّنُ أَنَّ الْأَرْبَعَةَ الْأَضْلَاعَ الْبَاقِيَةَ مَتَسَاوِيَةٌ أَعْنَى أَجَ زَحَ
 دَكَ طَحَ لِأَنَّ أَجَ أُخْرِجَ مِثْلَ هَزَ وَهَزَ مِثْلَ طَحَ لِأَنَّ هَ حَ مَرِيعَ فِخَطِ
 أَجَ إِذْ نَ مِثْلَ خَطِ طَحَ وَخَطِ دَكَ أُخْرِجَ إِضًا مِثْلَ خَطِ أَجَ وَخَطِ
 زَحَ قَدْ تَبَيَّنَ أَنَّهُ مِثْلَ هَزَ وَخَطِ هَزَ أُخْرِجَ مِثْلَ خَطِ أَجَ فَقَدْ نَبَيِّنُ 24 u.
 أَنَّ خَطُوطَ أَجَ زَحَ دَكَ حَ طَ إِضًا مَتَسَاوِيَةٌ وَقَدْ تَبَيَّنَ أَنَّ زَوَايَا
 الْمَثَلَّثَاتِ الْأَرْبَعَةَ قَوَائِمَ أَعْنَى زَوَايَا أَ زَ نَ طَ فَكَسَبَ بَرَهَانَ دَ
 تَكُونُ الْأَوْتَارَ الَّتِي تَوْتِرُ الزَوَايَا الْمَسَاوِيَةَ وَهِيَ الْقَوَائِمُ مَتَسَاوِيَةٌ
 فَأَوْتَارُ بَ جَ جَ بَ كَ حَ كَ مَتَسَاوِيَةٌ وَزَوَايَا دَبَ كَ مِنْ مِثْلِ
 كَبَدَ مَسَاوِيَةٌ لَزَوَايَا أَبَ جَ مِنْ مِثْلِ أَبَ جَ وَنَجْعَلُ زَوَايَا لَبَدَ
 مَشْتَرَكَةً فَجَمِيعُ زَوَايَا أَبَدَ مِثْلُ زَوَايَا جَبَ كَ لَكِنْ زَوَايَا أَبَدَ قَائِمَةٌ
 فَزَوَايَا جَبَ كَ إِذَا قَائِمَةٌ وَكَذَلِكَ زَوَايَا جَحَ كَ قَائِمَةٌ وَسَطْحُ بَحَ
 مَتَسَاوِيُ الْأَضْلَاعُ فَزَوَايَا بَكَ حَ بَ جَ كَ وَكُلُّ وَاحِدَةٍ مِنْهُمَا قَائِمَةٌ
 فَسَطْحُ بَحَ مَتَسَاوِيُ الْأَضْلَاعَ قَائِمَ الزَوَايَا وَقَدْ بَيَّنَّا أَنَّ الْمَثَلَّثَاتِ
 الْأَرْبَعَةَ مَتَسَاوِيَاتٍ مِثْلُنَا أَبَ جَ جَزَ مِثْلَ مِثْلِنَا بَدَ كَ طَكَ فَإِذَا
 جَعَلْنَا مَخْرَفَ جَلِ طَحَ وَمِثْلِ بَدَلِ مَشْتَرَكًا كَانَ جَمِيعُ مَرِيعِ
 بَحَ مَسَاوِيًا لِجَمْعِهِ مَرِيعِي أَدَ هَ لَكِنْ مَرِيعَ أَدَ هُوَ الْكَائِنُ مِنَ

ضلع \overline{AB} ومربع \overline{EAC} هو الكائن من خط \overline{Ez} وخط \overline{Az} مساو لضلع \overline{AC} فمربع \overline{EAC} هو كائن من ضلع \overline{AC} فمجموع مربعي \overline{AD} \overline{EAC} هما الكائنان من ضلعي \overline{AB} \overline{AC} ومربع \overline{BAC} هو كائن من ضلع \overline{BC} الموتر للزاوية القائمة فقد تبين ان مجموع المربعين الكائنين من ضلعي \overline{AB} \overline{AC} مساو للمربع الكائن من ضلع \overline{BC} وذلك ما اردنا ان نبين .

الشكل السابع والاربعون من المقالة الاولى

كل مثلث يكون ⁽¹⁾ مجموع مربعي ضلعي من اضلاعه مساويا لمربع الضلع الثالث فان الزاوية التي يوترها الضلع الثالث قائمة ⁽²⁾ مثاله ان مربع ضلع \overline{BC} من مثلث \overline{ABC} مساو لمجموع مربعي ضلعي \overline{AB} \overline{AC} فاقول ان زاوية \overline{BAC} قائمة ببرهاننا انا نقيم على نقطة \overline{A} من خط \overline{JA} عمود \overline{AD} مثل ضلع \overline{AB} كما تبين ببرهان الشكل المضاد الى \overline{JA} فلان \overline{AD} اخرجناه مثل \overline{AB} يكون المربع الكائن من خط \overline{AB} مثل المربع الكائن من \overline{AD} وناخذ المربع الكائن من خط \overline{AC} مشتركا فمجموع مربعي \overline{AB} \overline{AC} مثل مجموع مربعي \overline{AD} \overline{AC} فلان زاوية \overline{CAD} قائمة فبحسب برهاننا هو يكون مجموع مربعي \overline{AD} \overline{AC} مساويا لمربع ضلع \overline{DC} فضع \overline{BC} مثل ضلع \overline{DC} وضع \overline{BA} مثل ضلع \overline{AD} وناخذ ضلع \overline{AC} مشتركا فضع \overline{AB} \overline{AC} مثل ضلعي \overline{AD} \overline{AC} وقاعدة \overline{DC} مثل قاعدة \overline{BC} فبرهاننا تكون زاوية \overline{BAC} مساوية لزاوية \overline{CAD} لكن زاوية \overline{CAD} قائمة فزاوية \overline{BAC} اذن قائمة فقد تبين ان كل مثلث يكون مجموع المربعين الكائنين من ضلعيه اللذين يحيطان بالزاوية \dagger مثل [مربع] الضلع

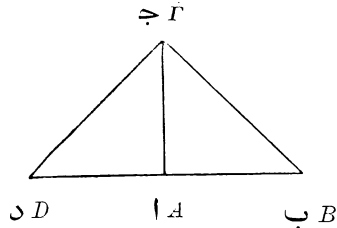
Propositio XLVII libri primi.

Si in triangulo summa duorum quadratorum duorum laterum eius quadrato tertii lateris aequalis est, angulus, cui tertium latus oppositum est, rectus erit.

Exemplificatio. Quadratum lateris BG in triangulo ABG summae duorum quadratorum duorum laterum AB , AG aequale sit. Dico, angulum BAG rectum esse.

Demonstratio. In puncto A lineae GA perpendicularem AD lateri AB aequalem erigimus, ita ut in demonstratione propositioni [I] 11 addita*) demonstratum est. Quoniam AD [lineae] AB aequalem duximus, quadratum lineae AB quadrato [lineae] AD aequale erit. Itaque quadrato lineae AG communi sumpto summa duorum quadratorum AB , AG summae duorum quadratorum AG , AD aequalis erit. Et quoniam angulus GAD rectus est, ex [I] 46 summa duorum quadratorum AG , AD quadrato lateris DG aequalis est**). Itaque $BG = DG$. Et $BA = AD$; itaque latere AG communi sumpto duo latera AB , AG duobus lateribus AD , AG aequalia erunt. Et basis DG basi BG aequalis. Ex [I] 8 igitur $\angle BAG = GAD$. Sed $\angle GAD$ rectus. Ergo angulus BAG rectus est.

Iam demonstrauius igitur, si in triangulo summa duorum quadratorum duorum laterum, quae angulum comprehendant, quadrato tertii lateris aequalis sit, angulum, cui latus tertium oppositum sit, rectum esse. Q. n. e. d.



*) P. 73 sq.

**) Deest: Supposuimus autem etiam $BG^2 = AB^2 + AG^2$; quare $BG^2 = DG^2$.

1) In margine: **تلبين ضلعه في نفسه مثل تلبين الضلعين** Laterculus lateris eius in se multiplicati laterculus utriusque reliquorum laterum in se multiplicati aequalis est et rectangulus est.

2) In margine: **قال ايرن هذا الشكل عكس الذي قبله** Hero dixit: haec propositio inuersio praecedentis est. Cfr. Proclus p. 429.22 sq.

الثالث فان الزاوية التي يوترها الضلع الثالث تكون قائمة وذلك ما اردنا ان نبين .:

برهان لهذا الشكل لايرن

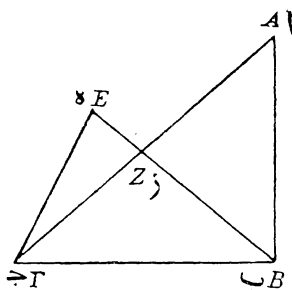
قال ايرن اتول ان الخط الذي يخرج من نقطة \bar{b} على زاوية قائمة على خط $\bar{b}\bar{c}$ من جهة $\bar{a}\bar{b}$ الذي مربعه مع مربع $\bar{b}\bar{c}$ مساو لمربع $\bar{a}\bar{c}$ لا يكون غير خط $\bar{a}\bar{b}$ فان امكن ان يكون غير فليس يخلو من ان يقع دونه او وراه فلننزل انه وقع من دونه كخط $\bar{b}\bar{z}$ حتى تكون زاوية $\bar{z}\bar{b}\bar{c}$ قائمة فزاوية $\bar{b}\bar{z}\bar{c}$ اصغر من قائمة وذلك بحسب برهان يز فزاوية $\bar{a}\bar{z}\bar{b}$ منفرجة وذلك بحسب برهان يج فزاوية ^{25 p.} $\bar{z}\bar{a}\bar{b}$ حادة وذلك بحسب برهان يز فبحسب برهان يط يكون ضلع $\bar{a}\bar{b}$ اعظم من ضلع $\bar{b}\bar{z}$ ونخرج $\bar{b}\bar{z}$ على الاستقامة الى نقطة \bar{e} حتى يكون $\bar{b}\bar{z}\bar{e}$ مثل خط $\bar{b}\bar{a}$ ونخرج خط $\bar{e}\bar{c}$ فمربع خط $\bar{e}\bar{b}$ اعني مربع خط $\bar{a}\bar{b}$ مع مربع $\bar{b}\bar{c}$ مثل مربع $\bar{e}\bar{c}$ وقد كانا مثل مربع $\bar{a}\bar{c}$ فخط $\bar{a}\bar{c}$ مثل خط $\bar{e}\bar{c}$ وخط $\bar{a}\bar{b}$ مثل خط $\bar{e}\bar{b}$ فقد خرج من طرفي خط مستقيم خطان مستقيمان في جهتين مختلفتين والتقى طرفاهما على نقطة وخرج من مخرجيهما خطان آخران مساويان لهما في تلك الجهة التقى طرفاهما على غير تلك النقطة فبحسب برهان ز يكون هذا السياق محالاً وكذلك يسوق الى المحال ان كان الخط يقع من وراء خط $\bar{a}\bar{b}$ فخط $\bar{a}\bar{b}$ اذن هو الذي على زاوية قائمة من خط $\bar{b}\bar{c}$ وذلك ما اردنا ان نبين تمت المقالة الاولى من كتاب اوقليدس



Heronis demonstratio ad hanc propositionem. Hero dixit*): Dico, lineam a puncto B ad rectam AG perpendicularem ductam uersus partes [lineae] AB , cuius quadratum cum quadrato [lineae] BG quadrato [lineae] AG aequale sit, nullam aliam esse ac lineam AB .

Si enim fieri possit, ut sit alia, aut intra eam aut extra cadat, necesse est. Supponamus igitur, eam intra cadere ut BZ , ita ut $\angle ZBG$ rectus sit. Itaque ex [I] 17 $\angle BZG$ minor est recto; quare ex [I] 13 $\angle AZB$ obtusus est et ex [I] 17 $\angle ZAB$ acutus. Itaque ex [I] 19 latus $AB > BZ$. Lineam BZ in directum producimus ad punctum E , ita ut sit $BZE = BA$, et lineam EG ducimus. Erit igitur quadratum lineae EB , h. e. lineae AB , cum quadrato [lineae] BG quadrato EG aequale. Uerum duo illa quadrata etiam quadrato [lineae] AG aequalia sunt; itaque $AG = EG$. Est autem etiam $AB = EB$. Itaque

a terminis lineae rectae duae rectae in partes diuersas ductae sunt, quarum termini in puncto concurrunt, et ab iisdem terminis, unde ductae sunt, aliae duae lineae iis aequales ad eandem partem ductae sunt, quarum termini in alio puncto concurrunt; quod ex [I] 7 absurdum est.



Eodem modo absurdum sequitur, si linea extra lineam AB cadit. Ergo linea AB ea est, quae ad lineam BG perpendicularis est. Q. n. e. d.

Finis libri primi libri Euclidis.



*) Cfr. Proclus p. 430, 4 sqq., ubi Hero non nominatur.

DEC 21 1921

